Derivování základních elementárních funkcí

Určete první derivaci explicitně zadaných funkcí

1. $y = \frac{5}{7}x^7 - \frac{4}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 - 5x - 2$
2. $y = \frac{20}{7}\, x^{0,84}$
3. $y = \left(\sqrt{2} - 1\right)\, x^{\sqrt{2}+1}$
4. $y = \frac{8}{13}\, x^3 \cdot \sqrt[4]{x}$
5. $y = 12\, \sqrt[3]{x}\ \sqrt[4]{x^3}\, \sqrt[6]{x^5}$
6. $y = \sqrt[4]{x\, \sqrt[3]{x\, \sqrt{x}}}$
7. $y = 3x^3 - \frac{5}{3x^2} + 7 - 4\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{2\sqrt[4]{x}}$
8. $y = \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{3x^3}$
9. $y = \frac{8}{\sqrt[4]{x}} - \frac{6}{\sqrt[3]{x}}$
10. $y = \frac{2x}{1 - x^2}$
11. $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$
12. $y = \frac{x}{(1 - x)^2 \cdot (1 + x)^3}$
13. $y = (5x^2 - 2)^{10}$
14. $y = \left(7x^2 - \frac{4}{x} + 6\right)^6$
15. $y = \frac{-5}{33} \cdot \sqrt[5]{(8 - 3x)^{11}}$
16. $y = \frac{1}{\sqrt{1 - x^4 - x^8}}$
17. $y = x \cdot \sqrt{x^2 + 1}$
18. $y = x^2 \cdot \sqrt{1 + \sqrt{x}}$

Geometrické úlohy

19. Pod jakým úhlem se protíná parabola $y = x^2$ s přímkou $3x - y - 2 = 0$?
20. Ve kterém bodě je tečna paraboly $y = x^2$ a) rovnoběžná s přímkou $y = 4x - 5$; b) kolmá k přímce $2x - 6y + 5 = 0$; c) svírá s přímkou $3x - y + 1 = 0$ úhel 45°?

Řešení

1. $5x^6 - 4x^4 + 2x^2 - 5$ **2.** $2{,}4 \cdot x^{-0{,}16}$ **3.** $x^{\sqrt{2}}$ **4.** $2\,x^2\,\sqrt[4]{x}$ **5.** $23\ \sqrt[12]{x^{11}}$ **6.** $\frac{3}{8\,\sqrt[8]{x^5}}$ **7.** $9x^2 - \frac{10}{3x^3} - \frac{8}{3\,\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{8x\,\sqrt[4]{x}}$ **8.** $\frac{1-x}{x^4}$ **9.** $\frac{2}{x}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)$ **10.** $\frac{2(1+x^2)}{(1-x^2)^2}$ **11.** $\frac{1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2}$ **12.** $\frac{1-x+4x^2}{(1-x)^3\,(1+x)^4}$ **13.** $100x\,(5x^2-2)^9$ **14.** $\frac{12(7x^3+2)(7x^3+6x-4)^5}{x^7}$ **15.** $\sqrt[5]{(8-3x)^6}$ **16.** $\frac{2x^3(2x^4+1)}{\sqrt{(1-x^4-x^8)^3}}$ **17.** $\frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$ **18.** $\frac{x\cdot(8+9\sqrt{x})}{4\sqrt{1+\sqrt{x}}}$ **19.** $\varphi_1 = \operatorname{arctg}\frac{1}{7} = 8°7'48''$; $\varphi_2 = \operatorname{arctg}\frac{1}{13} = 4°23'55''$ **20.** a) $[2; 4]$ b) $\left[-\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right]$ c) $[-1; 1]$, $\left[\frac{1}{4}; \frac{1}{16}\right]$