

Obsah kulové plochy určíme z jejího poloměru r podle následujícího vzorce.

OBSAH KULOVÉ PLOCHY

$$S = 4\pi r^2$$

Vypočítejte obsah kulové plochy s průměrem 16 cm.

$$d = 16 \text{ cm}$$

$$r = 8 \text{ cm}$$

$$S = 4\pi r^2$$

$$S = 4 \cdot \pi \cdot 8^2 \text{ cm}^2$$

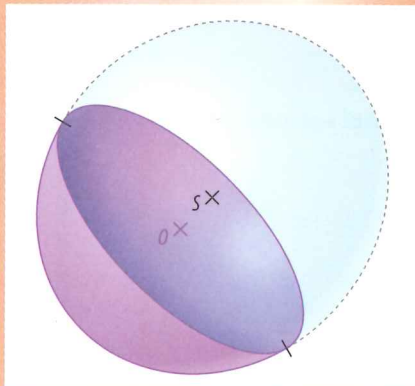
$$S \doteq 804 \text{ cm}^2$$

Obsah kulové plochy je přibližně 804 cm^2 .

Přímka, která protíná kružnici ve dvou bodech, ji dělí na dva kružnicové oblouky. Pojmu kružnicový oblouk odpovídá v prostoru následující pojem.

Sečná rovina kulové plochy rozdělí tuto kulovou plochu na dva **KULOVÉ VRCHLÍKY**.

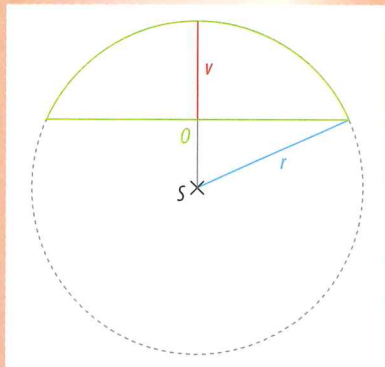
KULOVÝ VRCHLÍK Pokud je hraniční kružnice vrchlíků hlavní kružnice kulové plochy, obdržíme dvě polokulové plochy, čili **polosféry**.



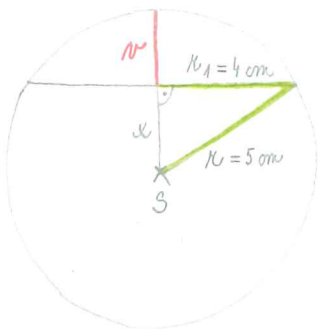
Obsah kulového vrchlíku určíme z poloměru r kulové plochy, jíž je vrchlík součástí, a jeho výšky v .

OBSAH KULOVÉHO VRCHLÍKU

$$S = 2\pi r v$$



Vypočítejte obsah menšího ze dvou kulových vrchlíků, pokud je poloměr jeho hraniční kružnice 4 cm a poloměr kulové plochy, jíž je vrchlík součástí, je 5 cm.



$$x = \sqrt{r^2 - r_1^2}$$

$$x = \sqrt{5^2 - 4^2} \text{ cm}$$

$$x = 3 \text{ cm}$$

$$v = r - x$$

$$v = 5 \text{ cm} - 3 \text{ cm}$$

$$v = 2 \text{ cm}$$

$$S = 2\pi r v$$

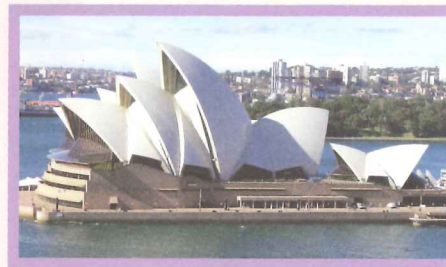
$$S = 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 2 \text{ cm}^2$$

$$S = 20\pi \text{ cm}^2$$

Obsah kulového vrchlíku je $20\pi \text{ cm}^2$.

Víte, že?

V roce 1956 byla vyhlášena mezinárodní architektonická soutěž na operní budovu v Sydney. Podle zadání měla budova obsahovat dva sály (velký pro 3 000 diváků a menší pro 1 200 diváků). V soutěži zvítězil dánský architekt Jørn Utzon. Po deseti letech byla stavba svěřena australským architektům. Původní rozpočet 7 000 000 australských dolarů byl mnohonásobně překročen, náklady se vyšplhaly až na 102 milionů. Stavba byla dokončena v roce 1973. Oficiálně byla Opera v Sydney otevřena 20. října 1973 britskou královnou Alžbětou II. V roce 2007 zapsalo UNESCO Operu v Sydney na seznam Světového kulturního dědictví. Jedná se o první stavbu zapsanou na tento seznam ještě za autora života. Nás ale zajímá spíše fakt, že střecha je tvořena částmi kulových ploch.



Opera, Sydney

Víte, že?

Solideo nebo též pileolus je malá čepička, kterou nosí např. papež.

Solideo pochází z latinských slov *solus* a *Deus*, která znamenají sám a Bůh. Papež tuto pokrývku sundává jen při vrcholné části bohoslužby, tedy jak církev věří, jen v přítomnosti samotného Boha.



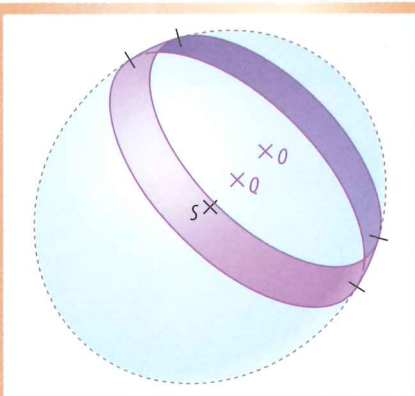
Víte, že?

Kipa nebo jarmulka je pokrývka hlavy, kterou tradičně nosí židé. Podle judaismu má mít člověk hlavu pokrytou proto, aby nestál před Bohem nahý. Jarmulka vyjadřuje úctu k Bohu. Žid je povinen nosit jarmulku při modlitbě a studiu Tóry.



KULOVÝ PÁS

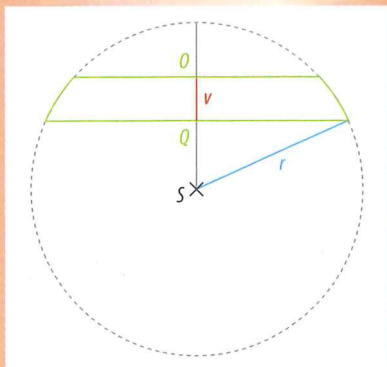
Dvě rovnoběžné různé sečné roviny kulové plochy rozdělí tuto kulovou plochu na dva kulové vrchlíky a jeden **KULOVÝ PÁS**. Vzdálenost těchto rovnoběžných rovin je výška v kulového pásu.



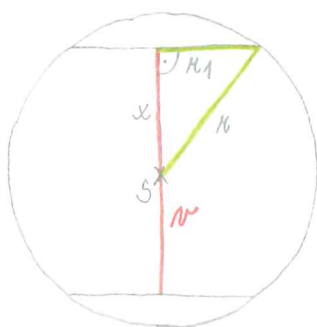
Obsah kulového pásu určíme z poloměru r kulové plochy, již je kulový pás součástí, a z výšky v kulového pásu.

Obsah kulového pásu

$$S = 2\pi r v$$



Určete obsah kulového pásu, který je ohraničen kružnicemi s poloměry 6 cm a je částí kulové plochy, jejíž poloměr je 10 cm.



$$x = \sqrt{r^2 - r_1^2}$$

$$x = \sqrt{10^2 - 6^2} \text{ cm}$$

$$x = 8 \text{ cm}$$

$$v = 2x$$

$$v = 16 \text{ cm}$$

$$S = 2\pi r v$$

$$S = 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 16 \text{ cm}^2$$

$$S = 320\pi \text{ cm}^2$$

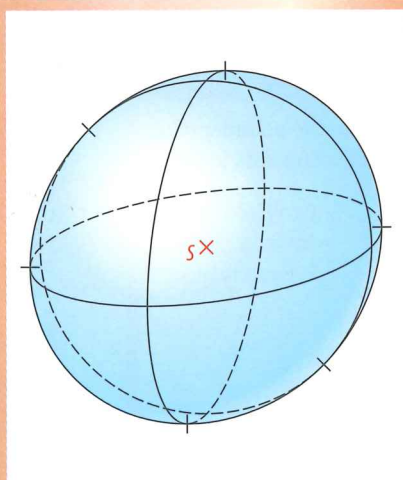
Obsah kulového pásu je $320\pi \text{ cm}^2$.

Část prostoru omezenou kulovou plochou $\kappa(S; r)$ nazýváme **KOULE** K .

KOULE

Bodu S říkáme **střed koule**, r je **poloměr koule** a kulová plocha κ tvoří **povrch koule** K . Také můžeme říci, že koule je množina bodů v prostoru, jejichž vzdálenost od středu S je menší nebo rovna poloměru r .

Symbolický zápis koule K se středem S a poloměrem r : $K(S; r)$
Platí: $K(S; r) = \{X; |XS| \leq r\}$

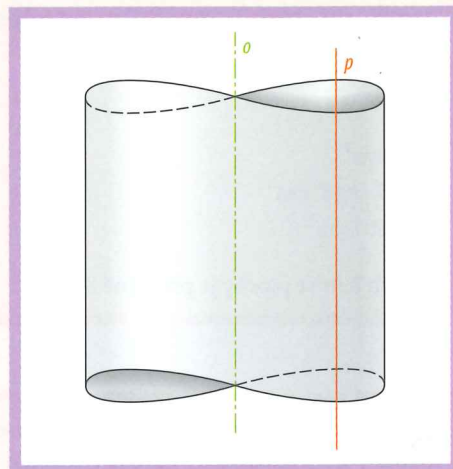


Symbolický zápis pro kouli je podobný zápisu kulové plochy, budeme se ale držet pravidla, že kulové plochy značíme výhradně malými řeckými písmeny, zatímco koule výhradně velkými řeckými písmeny.

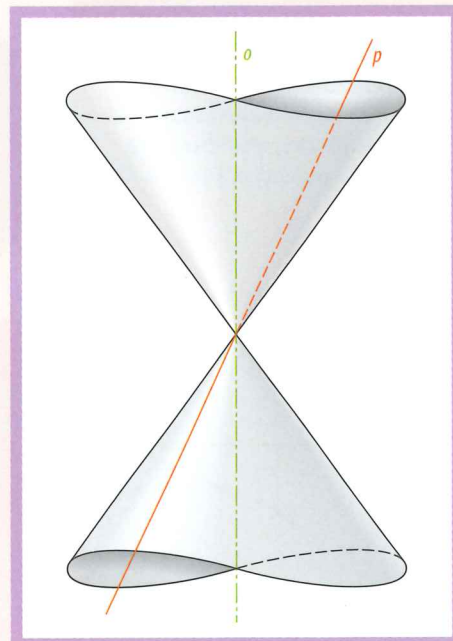
Vzpomeňte si!

Jak vypadají rotační plochy, které vznikají rotací přímky p kolem osy rotace o ?

- Jsou-li přímky p a o rovnoběžné různé, vzniká rotační válcová plocha.



- Jsou-li přímky p a o různoběžné a nejsou k sobě kolmé, vzniká rotační kuželová plocha.



- Jsou-li přímky p a o mimoběžné a nejsou k sobě kolmé, vzniká jednoduchý rotační hyperboloid. Část takové plochy jste již jistě viděli. Tento tvar mají např. chladič věže temelínské elektrárny.



jaderná elektrárna, Temelín

Objem koule o poloměru r určíme podle následujícího vzorce.

OBJEM A POVRCH KOULE

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Povrch koule o poloměru r je obsah kulové plochy o poloměru r , proto jej určíme podle stejného vzorce.

$$S = 4 \pi r^2$$

Povrch koule je 255 cm^2 . Vypočítejte její objem.

$$S = 4 \pi r^2$$

$$r^2 = \frac{S}{4 \pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{S}{4 \pi}}$$

$$r = \sqrt{\frac{255}{4 \pi}} \text{ cm}$$

$$r \doteq 4,5 \text{ cm}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V \doteq \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4,5^3 \text{ cm}^3$$

$$V \doteq 381,7 \text{ cm}^3$$

Objem koule je přibližně $381,7 \text{ cm}^3$.

Koule je těleso, proto určujeme její povrch. Kulová plocha je plocha, proto určujeme její obsah.

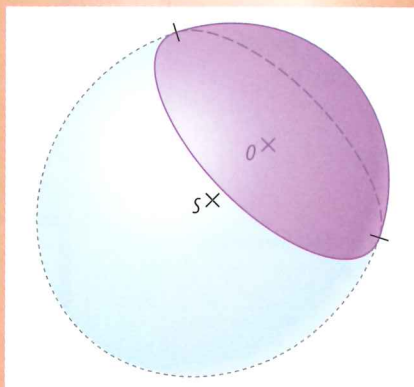
Pojmy vnější rovina, tečná rovina a sečná rovina se přirozeně přenášejí z kulové plochy na kouli.

Sečná rovina koule rozdělí tuto kouli na dvě **KULOVÉ ÚSEČE**.

Společný kruh je společnou podstavou obou kulových úsečí.

KULOVÁ ÚSEČ

Pokud rovina prochází středem koule, obdržíme dvě **polokoule**.



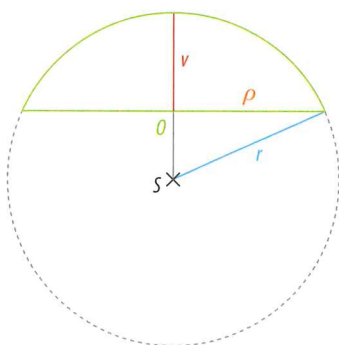
Objem kulové úseče určíme z výšky v kulové úseče a buď z poloměru r koule, které je úseč součástí, nebo z poloměru ρ její podstavy podle jednoho z následujících vzorců.

$$V = \frac{1}{3} \pi v^2 (3r - v)$$

$$V = \frac{\pi v}{6} (3\rho^2 + v^2)$$

Povrch kulové úseče je tvořen kulovým vrchlíkem a kruhem.

$$S = 2 \pi r v + \pi \rho^2$$



Víte, že?

Mezi plochami, které ohraničují stejný objem, má kulová plocha nejmenší povrch, a naopak mezi plochami s daným povrchem ohraničuje kulová plocha největší objem.

Proč mají kapičky a bubliny často tvar koule? Protože vzájemné přitažlivé síly mezi jednotlivými molekulami vytvářejí povrchové napětí. Přitom je pro kapku nejvýhodnější mít při daném objemu co nejmenší povrch a jsme zase u koule.



Víte, že?

Údajně nejsložitější hlavolam na světě se jmenuje ISIS. Jde o kilogramovou kouli, na které lze otáčet třemi kulovými pásy a zatlačit na jeden kulový vrchlík. Jisté je, že jde o jakési puzzle. Řešení je komplikované tím, že většinu času řešení nevidíte dovnitř. Až do té doby, než se rozdělí na více dílů. Je zřejmé, že obsahuje magnety, přesouvající se válečky, jistící zámky a pohybující se kuličky, chodby, západky a mnoho falešných cest.



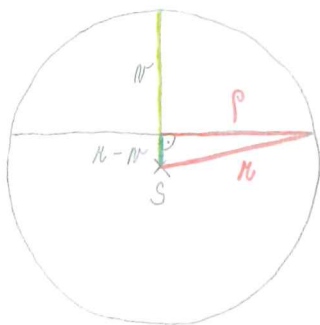
Vzpomeňte si!

O kružnici víme, že je středově souměrná podle svého středu a osově souměrná podle každé přímky procházející jejím středem.

V prostoru můžeme uvažovat i souměrnost podle roviny (s tou se běžně setkáváte při pohledu do rovinového zrcadla).

Kulová plocha je středově souměrná podle svého středu, osově souměrná podle každé přímky procházející jejím středem a také rovinově souměrná podle každé roviny jdoucí jejím středem.

Výška kulové úseče je 3 cm a její objem je $27\pi \text{ cm}^3$. Určete poloměr koule, jejíž částí je zadaná úseč, a poloměr její podstavy.



$$V = \frac{1}{3} \pi v^2 (3r - v)$$

$$27\pi = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 (3r - 3)$$

$$9 = 3r - 3$$

$$r = 4 \text{ cm}$$

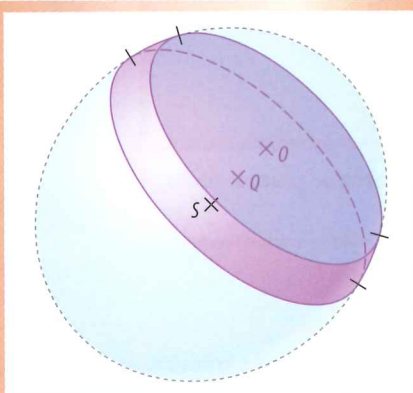
$$\rho = \sqrt{r^2 - (r - v)^2}$$

$$\rho = \sqrt{4^2 - (4 - 3)^2} \text{ cm}$$

$$\rho = \sqrt{15} \text{ cm}$$

Poloměr koule je 4 cm. Poloměr podstavy kruhové úseče je $\sqrt{15} \text{ cm}$.

Dvě rovnoběžné různé sečné roviny koule rozdělí tuto kouli na dvě kulové úseče a jednu **KULOVOU VRSTVU**. Kruhy ležící v sečných rovinách nazýváme **podstavy kulové vrstvy**. Výška kulové vrstvy je vzdálenost rovnoběžných sečných rovin, které ji určují.



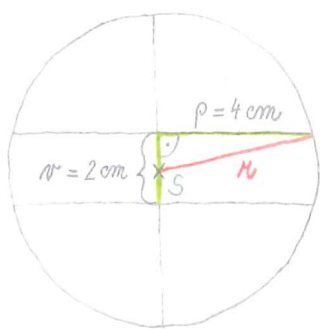
Objem kulové vrstvy určíme z její výšky v a poloměrů ρ_1, ρ_2 podstav podle následujícího vzorce.

$$V = \frac{1}{6} \pi v (3\rho_1^2 + 3\rho_2^2 + v^2)$$

Povrch kulové vrstvy je tvořen kulovým pásem a dvěma kruhy.

$$S = 2\pi r v + \pi \rho_1^2 + \pi \rho_2^2$$

Určete povrch kulové vrstvy, jestliže obě podstavy mají poloměr 4 cm a výška vrstvy je 2 cm.



$$r = \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{v}{2}\right)^2}$$

$$r = \sqrt{4^2 + 1^2} \text{ cm}$$

$$r = \sqrt{17} \text{ cm}$$

$$S = 2\pi r v + 2\pi \rho^2$$

$$S = (2\pi \cdot \sqrt{17} \cdot 2 + 2\pi \cdot 4^2) \text{ cm}^2$$

$$S = (4\sqrt{17} + 32)\pi \text{ cm}^2$$

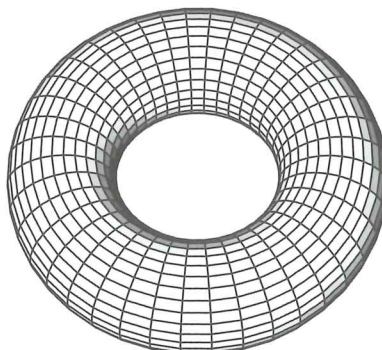
$$S \doteq 152,3 \text{ cm}^2$$

Povrch kulové vrstvy je přibližně $152,3 \text{ cm}^2$.

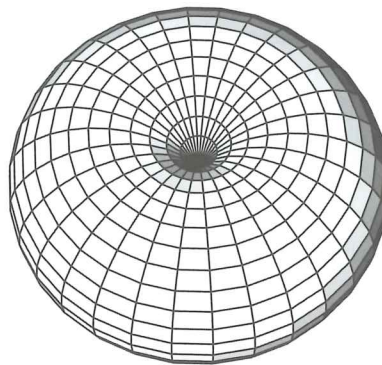
Víte, že?

Jak vypadají rotační plochy, které vznikají rotací kružnice kolem osy rotace ležící ve stejné rovině?

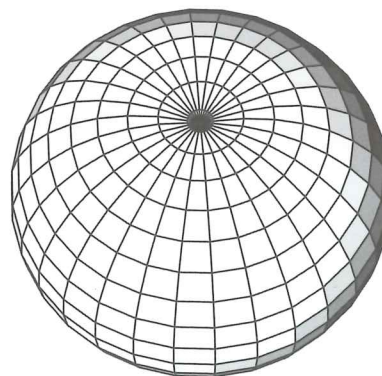
- Rotací kružnice kolem osy rotace, která je vnější přímkou kružnice, vzniká anuloid. Anuloidu se také říká torus.



- Rotací kružnice kolem osy rotace, která je tečnou kružnice, vzniká axoid.



- Rotací kružnice kolem osy rotace, která je sečnou kružnice, vzniká melonoid.



- Rotací kružnice kolem osy rotace, která prochází středem kružnice, vzniká kulová plocha.

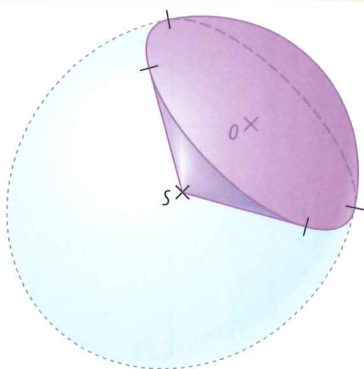
Následující útvar bychom mohli popsat jako průnik koule s rotačním kuzelem, jehož vrchol splývá se středem koule.

KULOVÁ VÝSEČ je sjednocení všech úseček, které spojují libovolný bod daného kulového

KULOVÁ VÝSEČ vrchlíku se středem

kulové plochy, jíž je vrchlík součástí.

Výška kulové výseče je výška příslušného kulového vrchlíku.

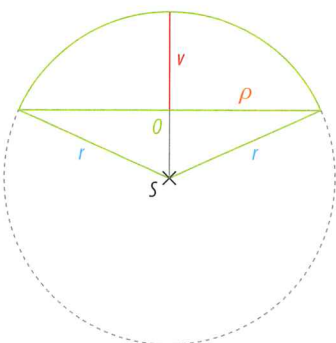


Objem kulové výseče určíme z poloměru r koule, které je částí, a výšky v kulového vrchlíku, který ji určuje, podle následujícího vzorce.

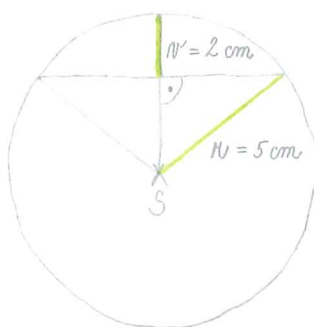
$$V = \frac{2}{3} \pi r^2 v$$

Povrch kulové výseče je tvořen kulovým vrchlíkem a pláštěm rotačního kužele o poloměru ρ a délce strany r .

$$S = 2\pi r v + \pi \rho r$$



Určete objem těžitka tvaru kulové výseče, jestliže poloměr původní koule je 5 cm a výška kulové výseče je 2 cm.



$$V = \frac{2}{3} \pi r^2 v$$

$$V = \frac{2}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot 2 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{100\pi}{3} \text{ cm}^3$$

$$V \doteq 105 \text{ cm}^3$$

Objem těžitka je přibližně 105 cm^3 .

1. Vyberte, které z následujících pojmů představují části kulové plochy.

- | | |
|------------------|-------------------|
| a) kulový pás | b) kulová úseč |
| c) kulová vrstva | d) kulový vrchlík |
| e) polokoule | f) kulová výseč |

CO JSME SE NAUČILI

2. Doplňte následující tvrzení tak, aby byla pravdivá.

- Rovina, která protíná kouli v kruhu, rozdělí tuto kouli na dvě .
- Rovina, která protíná kulovou plochu v kružnici, rozdělí tuto plochu na dva .
- Množinou všech bodů prostoru, jejichž vzdálenost od daného bodu S je rovna 5 cm, je .
- Množinou všech bodů prostoru, jejichž vzdálenost od daného bodu S je menší nebo rovna 5 cm, je .

Víte, že?

Pingpongový míček má 40 mm v průměru (tolerance 0,5 mm), je dutý a je tvořený tenkou stěnou z celuloidu.



Aby byla hra spravedlivá, musí pravidelně odskakovat bez ohledu na to, kterou částí se míček dotkne pátky nebo stolu.

Tak tohle platilo 115 let, ale s ústupem celuloidu dojde ke změně. Od sezóny 2014/2015 se mistrovské soutěže pořádané ITTF (International Table Tennis Federation) budou hrát novými míčky z plastu o velikosti 40+ (40,0 mm – 40,6 mm).

Víte, že?

Las Bolas Grandes – obří koule, které můžete najít na Kostarice, představují jednu z největších záhad archeologie. Jediná jistota je místo jejich původu. Pocházejí z místa zvaného Diquís Delta v Kostarice. Každopádně se řadí k těm nejpodivnějším objektům, které kdy archeologové objevili.

Jejich velikost se pohybuje od velikosti tenisového míčku až po objekty mající 2,2 metru v průměru, přitom jejich váha je od jednoho kilogramu po 16 tun.

Kdo a kdy je vytvořil a proč vlastně, to se ale stále neví.



kamenné koule, Kostarika

Víte, že?

Mezi oblíbené pouťové atrakce patřila koule smrti nebo také glóbus smrti. Šlo o kovovou konstrukci tvaru koule, ve které jezdila motorka všemi směry. Na první pohled to vypadalo, že v této kouli nefunguje gravitace. Z počátku byla udiveným divákům nabízena možnost zkusit si takovou jízdu, ale časté vážné úrazy postupně tuhle radovánku vytlačily do ústraní. Dnes se opět vrací, ovšem v podobě show profesionálních kaskadérů.

Na druhou stranu většinou jezdí více motorek najednou, takže název koule smrti je stále příznačný.

