

Úloha 01Výraz $(5 \cdot 10^{300} + 2 \cdot 10^{301})^2$ upravte a vyjádřete ve tvaru $a \cdot 10^n$ ($1 \leq a < 10$; $n \in \mathbf{N}$).**1 bod****Výchozí text k úloze 02**

Automatický dávkovač je naprogramován do dvou režimů. V prvním nasype do malé krabičky 140 ks šroubů, v druhém do velké 450 ks. Krabičky tím v obou případech zcela zaplní. Hmotnost jednoho šroubu je 20 g.

Úloha 02Vypočítejte celkovou nejmenší hmotnost šroubů v zásobníku dávkovače, jestliže nezáleží, v jakém z režimů je zapnut. Krabičky musí být vždy plné a v dávkovači nesmí zůstat ani jeden šroub. Výsledek uveďte **v kilogramech**.**2 body****Úloha 03**Pro $a > 0$ upravte výraz $(1 - \sqrt[3]{a}) \cdot (1 + \sqrt[3]{a}) \cdot \sqrt[3]{a}$ na co nejjednodušší tvar.**1 bod****Úloha 04**Pro $r \in \mathbf{R}$ zjednodušte výraz a uveďte podmínky. **Uveďte celý postup řešení.****max. 2 body**

$$\frac{r - 4}{r + 2} - 1$$

Úloha 05Vyjádřete pro přípustné hodnoty z následujícího vztahu neznámou m .**1 bod**

$$t \cdot (M - m) = \frac{m}{2} \cdot T$$

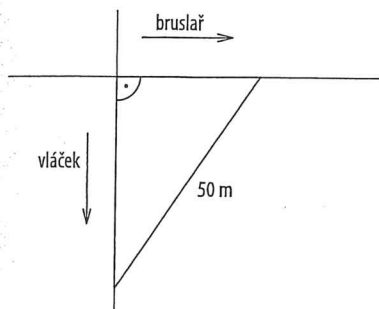
Úloha 06V oboru \mathbf{R} řešte nerovnici, výsledek zapište intervalem.**max. 2 body**

$$4x^2 - 13x > 6x \cdot (x - 3)$$

Úloha 07Řešte zadanou soustavu rovnic v \mathbf{R} .**1 bod**

$$x - 1 = \frac{y - x + 5}{2}$$

$$\frac{3}{2} \cdot (x + y) = 2y - 1$$

Výchozí text a obrázek k úloze 08Po přímé trati jede dětský vláček rychlostí $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Po stezce pro cyklisty, která je vzhledem k trati přemostěna v kolmém směru, se pohybuje bruslař rychlostí $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Bruslař přejede most 5 sekund před projetím vláčku.**Úloha 08**Vypočítejte, za jak dlouho po projetí bruslaře přes most bude vzdálenost mezi ním a vláčkem 50 m. **Uveďte celý postup řešení.****max. 3 body****Výchozí text k úloze 09**

Natálie se rozhodla vylepšit svoji nepříliš dobrou fyzickou kondici. První den vydržela cvičit pouhých 11,5 minut. Naplánovala si tedy, že každý den si přidá stejný časový úsek oproti předešlému dni tak, aby dvacátý den cvičila 40 minut.

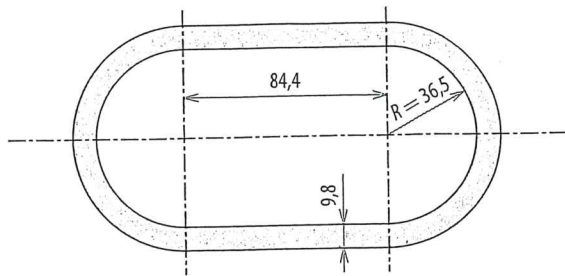
Úloha 09Vypočítejte, kolik **minut** cvičení si každý den musí přidat.**2 body**

Úloha 10

V oboru \mathbb{R} řešte rovnici $\frac{\log_4 12x - 2}{\log_4 (x - 2)} = 1$.

2 body**Výchozí text a obrázek k úloze 11**

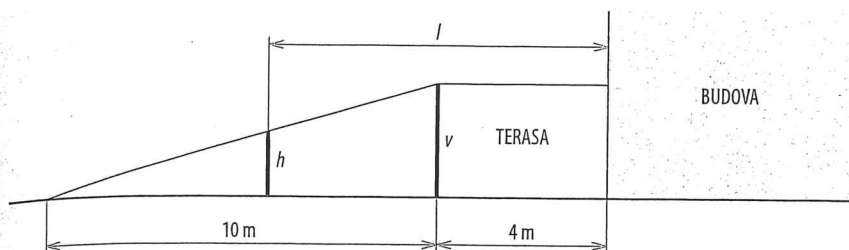
Na obrázku je pláněk běžecké atletické dráhy. Rozměry jsou udány v metrech.

**Úloha 11**

Vypočítejte obsah plochy atletického oválu. Výsledek zaokrouhlete na celé m^2 .

2 body**Výchozí text a obrázek k úloze 12**

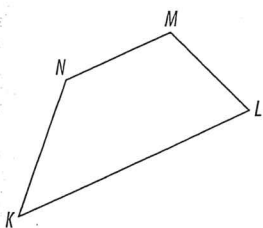
Ocelová nájezdová rampa pro vozíčkáře a kočárky vede na vstupní terasu před budovou. Rampa je v určitém místě podepřena sloupkem, jehož výška h je 55 % celkového výškového rozdílu v rampě.

**Úloha 12**

Vypočítejte v metrech vzdálenost l paty sloupku od budovy. Uveďte celý postup řešení.

max. 2 body**Výchozí text a obrázek k úloze 13**

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je lichoběžník $KLMN$ dán body $K[-25; -3]$, $L[31; 15]$, $M[10; 20]$. Základna KL je dvakrát delší než základna MN .

**Úloha 13**

Určete souřadnice bodu N .

1 bod**Výchozí text k úloze 15**

Ondra se rozhodl sestavit svoje uživatelské jméno na webových stránkách věnovaných hokeji ze všech písmen vyskytujících se v názvu jeho oblíbeného klubu KOMETA. Každé písmeno chce použít pouze jednou.

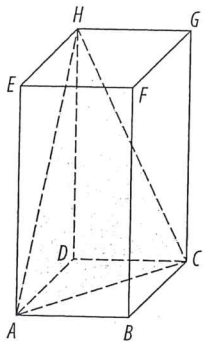
Úloha 15

Vypočítejte, kolik takových jmen lze sestavit, budou-li se v něm střídát samohlásky a souhlásky (např.: OMATEK, TEMOKA).

1 bod

Východí text a obrázek k úloze 14

Je dán pravidelný čtyřboký hranol $ABCDEFGH$. Velikost jeho výšky je dvakrát větší než délka podstavné hrany.



Úloha 14 Vypočítejte objem hranolu v cm^3 , je-li obsah trojúhelníku ACH 294 cm^2 . **max. 2 body**
Uvedte celý postup řešení.

Úloha 16 V kartézské soustavě souřadnic je dán bod $P[x_p; y_p]$. Bod O je počátkem soustavy souřadnic. Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (1.–4.), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE). **max. 2 body**

- | | | |
|---|------------------------------|-----------------------------|
| 1. Bod $A[x_p; -y_p]$ je obraz bodu P v osové souměrnosti, jejíž osou je přímka s rovnicí $y = x$. | ANO <input type="checkbox"/> | NE <input type="checkbox"/> |
| 2. Bod $B[-x_p; -y_p]$ je obraz bodu P ve středové souměrnosti se středem O . | ANO <input type="checkbox"/> | NE <input type="checkbox"/> |
| 3. Bod $C[y_p; -x_p]$ je obraz bodu P v otočení $\mathcal{R}(0; 90^\circ)$. | ANO <input type="checkbox"/> | NE <input type="checkbox"/> |
| 4. Bod $D[2x_p; 2y_p]$ je obraz bodu P v posunutí $\mathcal{T}(OP)$. | ANO <input type="checkbox"/> | NE <input type="checkbox"/> |

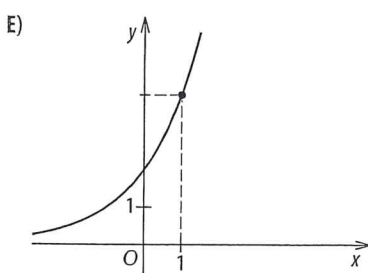
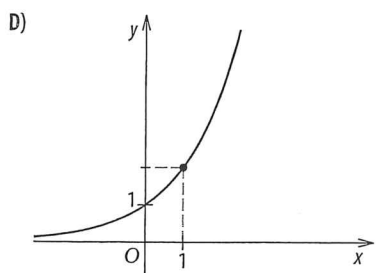
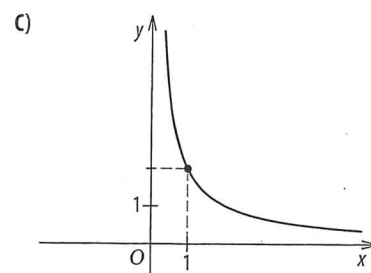
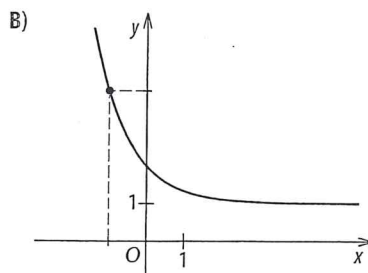
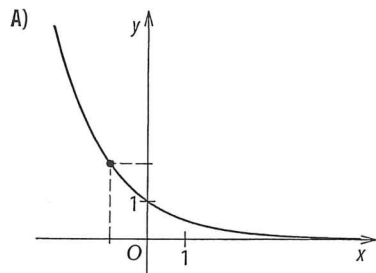
Úloha 17 Které z následujících tvrzení (pro $a > 0, b > 0$) **není** pravdivé? **2 body**

- A) $(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$
 B) $a^{-2} + b^{-2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2}$
 C) $(a - b)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{a - b}}{a - b}$
 D) $(a + b)^{-2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2ab} + \frac{1}{b^2}$
 E) $(a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}})^{-2} = \frac{1}{ab}$

Úloha 18 V 8 m^3 čerstvě nařezaných prken o hmotnosti 6 tun je obsaženo 52 % vody. Po vyschnutí dřeva činí obsah vody pouze 20 %. Jaká je hmotnost prken po vyschnutí? **2 body**

- A) 3 456 kg
 B) 3 600 kg
 C) 3 840 kg
 D) 4 080 kg
 E) 4 992 kg

Úloha 19 Pro exponenciální funkci $f: y = a^x; a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ platí $f(x) = 2f(x + 1)$. Na kterém z obrázků (A–E) je správně sestrojen graf této funkce? **2 body**



Úloha 20

Lineární lomená funkce je určena předpisem $f: y = \frac{-x+2}{x-3}$. Které z následujících tvrzení (A–E) je pravdivé?

2 body

- A) $H(f) = \mathbb{R} - \{2\}$
 B) $f(5) = \frac{3}{2}$
 C) Grafem funkce f je rovnoosá hyperbola se středem $S[2; 3]$.
 D) Funkce f nabývá záporných hodnot na sjednocení intervalů $(-\infty; 2) \cup (3; \infty)$.
 E) Graf funkce f protíná souřadnicové osy v bodech $P_1\left[0; -\frac{2}{3}\right]$ a $P_2\left[\frac{5}{2}; 0\right]$.

Úloha 21

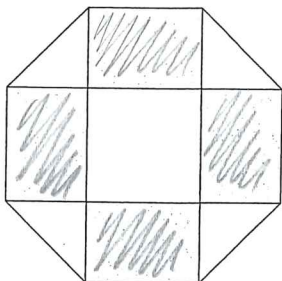
Součet prvních pěti členů geometrické posloupnosti s koeficientem $q = 0,25$ je 2 046. Jaké hodnoty nabývá první člen této posloupnosti?

2 body

- A) 1,5
 B) 511,5
 C) 512
 D) 1 536
 E) 2 045

Výchozí text a obrázek k úloze 22

Pravidelný osmiúhelník má délku strany $a = 13$ cm.

**Úloha 22**

Jaký je obsah šedě vyznačené části osmiúhelníku?

2 body

- A) $130\sqrt{2}$ cm²
 B) $169\sqrt{2}$ cm²
 C) 338 cm²
 D) $338\sqrt{2}$ cm²
 E) 676 cm²

Úloha 23

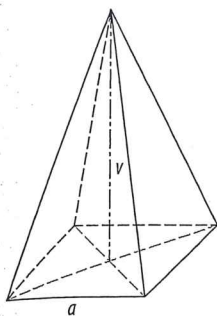
V rovině jsou dány různoběžky $p: x - 2y + 9 = 0$ a $q: 2x - y = 0$. Která přímka r společně s přímkami p a q vymezuje v rovině trojúhelník?

2 body

- A) $r: 4x - 2y = 0$
 B) $r: x = -3 + 2t, y = 3 + t; t \in \mathbb{R}$
 C) $r: y = 6$
 D) $r: x = 5 + 4s, y = 1 - s; s \in \mathbb{R}$
 E) $r: x - 2y + 1 = 0$

Výchozí text a obrázek k úloze 24

Střecha věže má tvar pravidelného kolmého čtyřbokého jehlanu. Délka podstavné hrany je $a = 3,8$ m, výška $v = 9$ m.

**Úloha 24**

Úhel spádu střechy označme α a úhel, který svírají protější boční trámy, označme β . Ve které z možností (A–E) jsou velikosti obou úhlů α, β (zaokrouhlené na celé stupně) správně?

2 body

- A) $\alpha = 78^\circ, \beta = 33^\circ$
 B) $\alpha = 78^\circ, \beta = 50^\circ$
 C) $\alpha = 78^\circ, \beta = 65^\circ$
 D) $\alpha = 67^\circ, \beta = 33^\circ$
 E) $\alpha = 67^\circ, \beta = 65^\circ$

Úloha 25

Pro přípustné hodnoty x přiřadte ke každému goniometrickému výrazu (1.–4.) ekvivalentní výraz (A–F).

max. 4 body

1. $(\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x$
 2. $\frac{\cos 2x + \sin^2 x}{\cos x}$
 3. $\frac{2\sin^2 x}{\sin 2x}$
 4. $\sin x \cdot \cotg x - \cos x$
- A) 0
 B) 1
 C) $\sin x$
 D) $\cos x$
 E) $\tg x$
 F) $\cotg x$