

Rovnice s více neznámými

Konečně k něčemu novému. Čekají nás soustavy rovnic se dvěma neznámými. Otevřete si školní sešit, ideálně na nové stránce a nadepište si nadpis Rovnice s více neznámými. Do školních sešitů si opět pište vše, co není kurzívou, včetně řešených příkladů. Rámečky si nepište, jsou na vysvětlení pro vás 😊 Jdeme na to...

Abychom dokázali rovnice řešit, musíme mít vždy jednu rovnici o jedné neznámé. Pokud tomu tak není, rovnici vyřešit jednoznačně nedokážeme. Dokážeme však najít libovolný počet uspořádaných dvojic (pokud jsou v jedné rovnici 2 neznámé), které danou rovnici splňují. Napište se příklad:

1. Z rovnice $2x + y = 6$, nejprve vyjádři y . Poté urči všechna řešení rovnice, jestliže $x = \{-4; -1; 0; 2; 5\}$.

Nejprve vyjádříme velmi jednoduše y : $y = 6 - 2x$

Za x máme podle zadání dosadit uvedená čísla. Díky tomu zjistíme, jaké hodnoty pro jednotlivá x nabývá y .

Nejpřehlednější je vytvořit si tabulku:

x	-4	-1	0	2	5
y	14	8	6	2	-4

x si zvolím (dosadím ze zadání)

y vypočítám dosazením do zadané rovnice

Řádek x máme daný ze zadání, řádek y jednoduše dopočítáme dosazením do vyjádření $y = 6 - 2x$

Samozřejmě pokud potřebujete, pište si pod tabulku pomocné výpočty.

V tomto případě platí (napište si):

x je nezávisle proměnná

y je závisle proměnná

To znamená, že x si můžete libovolně zvolit (nebo je zadáno) a y dopočítáte. Jestliže si tedy zvolím, že $x=0$, tak y musí být 6. Závisí totiž na hodnotě x , jakou si zvolím. Jednoduše řečeno, jednu neznámou si libovolně **nezávisle** zvolím, druhou musím dopočítat, protože **závisí na volbě té první**. Výsledkem jsou tedy uspořádané dvojice, píšeme je vždy do hranatých závorek a oddělujeme středníkem. Výsledkem tohoto příkladu tedy jsou:

$$[x; y] = \{[-4; 14], [-1; 8], [0; 6], [2; 2], [5; -4]\}$$

U těchto typů příkladů všechny dvojice vypisovat nebudeme. Proto píšeme výsledky do tabulky.

2. Z rovnice $3x + y - 1 = 0$, nejprve vyjádři y . Poté urči všechna řešení rovnice pro $x \in \mathbb{Z}$; $-3 < x \leq 3$.

Nejprve vyjádříme velmi jednoduše y : $y = 1 - 3x$

Co znamená, že $x \in \mathbb{Z}$?

x je celé číslo

Co znamená, že $-3 < x \leq 3$?

za x můžu volit čísla, která splňují danou nerovnost. To je $-2, \dots, 3$

Vytvoříme tabulku.

x	-2	-1	0	1	2	3
y	7	4	1	-2	-5	-8

x si zvolím (dosadím ze zadání)

y vypočítám dosazením do zadané rovnice

To je celé – z úvodu. Myslíte, že to může fungovat i naopak? Že y bude zadané, stane se tedy nezávisle proměnnou a x bude závisle proměnná?

Zkoušku můžeme provést vybráním jedné dvojice a dosazením do původního zadání.

Vypočítejte příklady:

3. Z rovnice $2(x - y) = 3(1 - x)$, nejprve vyjádři y . Poté urči všechna řešení rovnice, jestliže $x = \{-2; 0; 3\}$.

4. Z rovnice $3(u + 2v + 1) = 5(u + 2)$, nejprve vyjádři v . Poté urči všechna řešení rovnice, jestliže $u = \{-3; 1; 2\}$.

5. Z rovnice $4\left(x - \frac{y+1}{4}\right) + 1 = 2 - \frac{y}{2} + \frac{1-x}{8}$ vyjádřete jednou y , poté x .

Z výše uvedeného je patrné, že z jedné rovnice o 2 neznámých jedno konkrétní řešení nezískáme. Řešením je nekonečně mnoho uspořádaných dvojic, ve kterých je jedna neznámá nezávislá a druhá na ní závislá. Chceme-li tyto rovnice řešit, musíme jich mít více. Konkrétně, máme-li najít jedno řešení pro dvě neznámé, musíme mít soustavu 2 rovnic. Máme-li najít jedno řešení pro tři neznámé, musíme mít soustavu 3 rovnic, atd. Pustíme se tedy do ŘEŠENÍ SOUSTAV 2 ROVNIC O 2 NEZNÁMÝCH (UČ od str. 75). Existují celkem 3 metody řešení soustav rovnic. Tento týden se seznámíme s první.

Řešení soustav rovnic:

I. SROVNÁVACÍ METODA

Řešte soustavu rovnic:

$$\begin{array}{l} 1. \quad 7x - 3y = 15 \\ 2. \quad 5x + 6y = 27 \end{array}$$

U této metody chceme SROVNAT (porovnat) jednu rovnici s druhou. Musíme na to jít ale chytře. Z obou rovnic vyjádřím jednu neznámou (buď x nebo y - je to jedno, vždy volím nejjednodušší variantu) a tato vyjádření **porovnáám**.

$$\begin{array}{ll} 1. \quad 7x - 3y = 15 & 2. \quad 5x + 6y = 27 \\ 7x = 15 + 3y & 5x = 27 - 6y \\ x = \frac{15+3y}{7} & x = \frac{27-6y}{5} \end{array}$$

Z obou zadaných rovnic vyjádřím neznámou x .

$$\begin{array}{l} \frac{15+3y}{7} = \frac{27-6y}{5} \quad / \cdot 35 \\ 75 + 15y = 189 - 42y \\ 15y + 42y = 189 - 75 \\ 57y = 114 \\ \underline{\underline{y = 2}} \end{array}$$

Takto vyjádřené proměnné porovnáme a vyřešíme jednu rovnici s jednou neznámou y . To umíme

$$\begin{array}{l} x = \frac{15+3y}{7} \\ x = \frac{15+3 \cdot 2}{7} \\ \underline{\underline{x = 3}} \end{array}$$

Zbývá dopočítat neznámou x . Stačí dosadit do jednoho z předchozích vyjádření. Třeba do prvního, je to jedno.

$$\underline{\underline{[x; y] = [3; 2]}}$$

Řešením je uspořádaná dvojice x a y . Pozor na pořadí. Zkouška by se dělala dosazením do obou rovnic za obě neznámé. Zkoušky dělat nemusíte.

Řešte soustavu rovnic:

$$\begin{array}{l} 1. \quad 3x + 2y = 46 \\ 2. \quad 2x + 3y = 49 \end{array}$$

Z obou zadaných rovnic nejprve vyjádřím jednu neznámou. Buď x nebo y . Je to jedno. Podstatné je z obou rovnic vyjádřit STEJNOU neznámou. Jinak soustavu nevyřešíte.

$$\begin{array}{l} 1. \quad 3x + 2y = 46 \\ 2y = 46 - 3x \\ y = \frac{46-3x}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2. \quad 2x + 3y = 49 \\ 3y = 49 - 2x \\ y = \frac{49-2x}{3} \end{array}$$

Z obou zadaných rovnic vyjádřím neznámou y .

Máme vyjádřeno, takže už jen obě vyjádření spolu porovnáme. y se už samozřejmě nepíše, porovnáváme jen to vyjádření neboli levou stranu z každé rovnice.

$$\frac{46 - 3x}{2} = \frac{49 - 2x}{3} \quad / \cdot 6$$

$$138 - 9x = 96 - 4x$$

$$-5x = -40$$

$$\underline{x = 8}$$

Zbývá dopočítat chybějící neznámou. Teď nám **chybí** y . Vrátit se můžete buď přímo do zadání, ale je to zbytečná práce. Jednodušší je vrátit se k vyjádření a už jen dosadit za $x=8$. Opět vyberu jen jednu rovnici. V druhé to musí vyjít stejně. Ověřte si 😊

$$y = \frac{46-3 \cdot 8}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

Řešením je uspořádaná dvojice x a y . Píšeme do hranatých závorek a oddělujeme středníkem. Vždy píšeme podle abecedy: na první pozici x , na druhou y .

$$\underline{\underline{[x; y] = [8; 11]}}$$

Je tomu rozumět? Mrkněte ještě na video, kde je vše ještě jednou vysvětleno. Nebojte, nejsem tam já 😊
Poté do učebnice na stranu 79.

Odkaz na video: <https://www.youtube.com/watch?v=kcSHoxTtl8U>

Příklady na procvičení – vypracujte do školních sešitů. UČ str. 81/cv. 5 celé

ZÁPIS Z TOHOTO TÝDNE včetně vyřešených příkladů VYFOTIT A NAHRÁT DO TEAMSŮ.