

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: ŠÍŘENÍ SVĚTLA

1. Rychlost šíření světla

Příklad

Nejbližší stálice Proxima Centauri je vzdálena od Země 1,31 pc. Parsek (pc) je nejužívanější jednotka vzdálenosti v astronomii – je to vzdálenost odpovídající paralaxe 1". Určete vzdálenost stálice Proxima Centauri a vypočítejte, za jakou dobu urazí tuto vzdálenost světelný paprsek. (1 pc = 3,086 · 10¹⁶ m.)

Řešení

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$s = 1,31 \text{ pc}$$

$$t = ?$$

Vzdálenost Země od Proxima Centauri je $s = 1,31 \cdot 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m} = 4,04 \cdot 10^{16} \text{ m}$.

Tuto vzdálenost urazí světlo za dobu $t = \frac{s}{c}$, kde c představuje rychlost šíření světelného paprsku ve vakuu.

Po dosazení číselných hodnot je $t = \frac{4,04 \cdot 10^{16}}{3 \cdot 10^8} = 134\,666\,666,7 \text{ s} = 37407,4 \text{ h} = 1558,6 \text{ dní}$, což po převedení na roky znamená $t = 4,27$ roků.

Závěr: Světelný paprsek urazí danou vzdálenost k Zemi asi za 4,27 let.

Ověření vztahu

- Velikost rychlosti šíření světla ve vakuu je 299 792 458 m · s⁻¹.
- a) Porovnejte tuto hodnotu s rychlostí elektromagnetického vlnění ve vakuu vypočtenou podle vztahu odvozeného pomocí permitivity ϵ_0 a permeability μ_0 vakua z Maxwellovy teorie: $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$.
- b) Proveďte rozměrovou zkoušku tohoto vztahu, je-li $[\epsilon_0] = \text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ a $[\mu_0] = \text{N} \cdot \text{A}^{-2}$.

Úlohy

- Určete velikost rychlosti šíření světla ve skle podle vztahu $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$, jestliže $\epsilon_r = 3,24$ a $\mu_r = 1$. Určete index lomu tohoto skla.

- Astronomická jednotka (AU z anglického astronomical unit) je jednotka vzdálenosti používaná v astronomii, původně definovaná jako střední vzdálenost Země od Slunce. 1 AU = 149 597 870 700 m (přesně). Jak dlouho trvá paprsku světla, než urazí vzdálenost jedné astronomické jednotky?
- Světlo urazí ve vakuu vzdálenost rovnou délce zemského rovníku za 0,134 s. Určete poloměr Země.
- Vypočítejte index lomu krystalu moissanitu (replikovaného diamantu), jestliže se v něm světlo šíří rychlostí 1,123 · 10⁸ m · s⁻¹.

Řešení

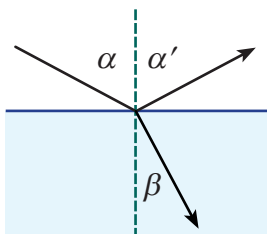
- $v = 1,665 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $n = 1,8$; **3.** 499 s = 8 min 19 s; **4.** $R = 6354 \text{ km}$; **5.** $n = 2,67$.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: ŠÍŘENÍ SVĚTLA

2. Odraz a lom světla

Příklad 1

Světlo se láme ze vzduchu do skla o indexu lomu $n = 1,45$. Při jakém úhlu dopadu jsou paprsek odražený a lomený na sebe kolmé?



Řešení

$$n = 1,45; \alpha \perp \beta; \alpha = ?$$

Podle zákona odrazu je $\alpha = \alpha'$ a tedy $\alpha + \beta = 90^\circ$.

Ze Snellova zákona lomu dále plyne:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin(90^\circ - \alpha)} = n \text{ a navíc } \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = 1,45 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 55^\circ 24'}}$$

Závěr: Hledaný úhel dopadu je $55^\circ 24'$.

Příklad 2

Paprsek světla dopadá na rovinné rozhraní dvou průhledných prostředí o indexech lomu 1,65 a 1,42. Paprsek přechází z prostředí opticky hustšího do prostředí opticky řidšího. Úhel dopadu $\alpha = 30^\circ$. Vypočítejte a) úhel lomu, b) deviace paprsku.

Řešení

$$n_1 = 1,65; n_2 = 1,42; \alpha = 30^\circ, \beta = ?$$

Ze zadání plyne, že nastane lom od kolmice:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin \beta = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \alpha = \frac{1,65}{1,42} \cdot \sin 30^\circ$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\beta = 35^\circ 31'}}$$

Deviace (odchylka) paprsku od původního směru: $\delta = \beta - \alpha = \underline{\underline{5^\circ 31'}}$

Závěr: Úhel lomu je $\beta = 35^\circ 31'$, deviace $\delta = 5^\circ 31'$.

Test

- Je-li úhel odrazu 48° , pak úhel, který svírá paprsek dopadající s paprskem odraženým, je:
a) 24° b) 42° c) 48° d) 96°
- Rovinné zrcadlo se pootočí o úhel 32° kolem osy jdoucí bodem dopadu a kolmé k rovině dopadu. O jaký úhel se pootočí paprsek odražený od zrcadla?
a) o 16° b) o 64° c) o 48° d) o 32°

Otázky

- Proč se hloubka bazénu jeví pozorovateli na břehu mnohem menší než ve skutečnosti? Načrtněte obrázek.
- Proč záhon na zahradě politý vodou má tmavší barvu?

Úlohy

- Vypočítejte index lomu safíru, když při dopadu světla na rozhraní vzduch-safír pod úhlem $60^\circ 30'$ jsou odražený a lomený paprsek na sebe kolmé.
- Na dně jezírka s čistou vodou (index lomu 1,33) leží v hloubce 30 cm mince. Chlapci si hrají na indiány – míří na minci šípem, který svírá s hladinou vody úhel 55° . O jakou vzdálenost by šíp minul cíl ve srovnání s případem, kdy v jezírku by nebyla voda?

Řešení

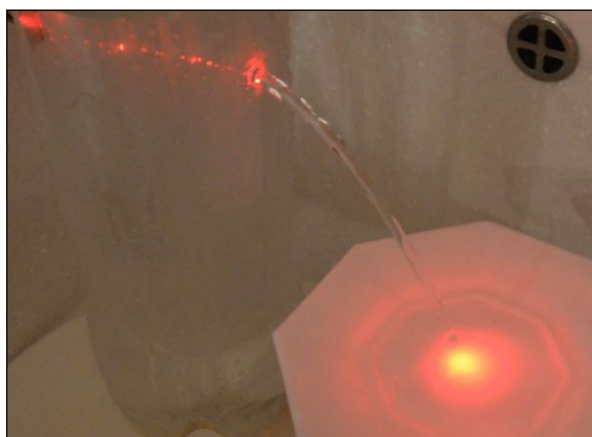
- d); 2. b); 3. Paprsky vystupující z vody se lámou od kolmice. 4. Odražený paprsek prochází prostředím voda-vzduch, nastává úplný odraz a do oka dopadá méně paprsků. 5. $n = 1,77$; 6. o 6,66 cm.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: ŠÍŘENÍ SVĚTLA

3. Úplný odraz

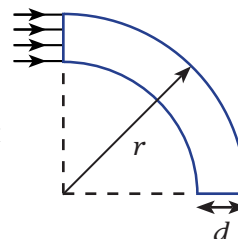
Pokus

1. Zhotovte jednoduchý světlovodič tvořený vodním paprskem (viz fotografie). Proud vody vytéká z boční strany PET láhve a jako zdroj světla slouží např. laserové ukazovát-ko, které míří do otvoru z protější strany PET láhve. Na čem závisí poloměr zakřivení světlovodivého vlákna?



Příklad

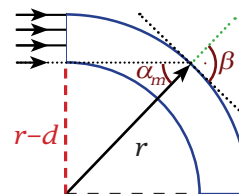
2. Světlovodič vyrobený ze skleněného vlákna o indexu lomu 1,5 je ohnut do oblouku tak, že jeho horní povrch má poloměr r . V jakém poměru musí být nejmenší poloměr zakřivení světlovodiče k jeho průměru d , aby světelné paprsky dopadající kolmo na plochu jeho příčného řezu nevystupovaly bočními stěnami světlovodiče?



Řešení

Pro všechny paprsky musí být splněna podmínka úplného odrazu (viz obrázek):

$$\sin \alpha_m = \frac{1}{1,5}$$



a také platí: $\sin \alpha_m = \frac{r-d}{r}$

Porovnáním pravých stran obou vztahů a další úpravou pak vychází $r:d = 3:1$.

Úlohy

3. Světelný paprsek procházející čirou kapalinou míří zdola na rozhraní této kapaliny se vzduchem pod úhlem $\alpha = 38^\circ$. Projde tento paprsek do vzduchu? Pokud ano, určete úhel lomu. Řešte pro případy, kdy kapalinou je a) voda ($n_v = 1,33$), b) sirouhlík ($n_s = 1,63$).
4. Určete mezní úhel pro přechod světla z diamantu ($n_d = 2,40$) a) do vzduchu ($n = 1$), b) do vody ($n_v = 1,33$).

Řešení

1. na indexu lomu materiálu vlákna a na průměru vlákna; 3. a) ano, mezní úhel $\alpha_m = 48^\circ 45'$, úhel lomu $\beta = 37^\circ 50'$; b) ne, $\alpha_m = 37^\circ 50' \Rightarrow$ úplný odraz; 4. a) $\alpha_m = 24^\circ 37'$, b) $\alpha_m = 33^\circ 39'$.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: OPTICKÁ ZOBRAZENÍ

4. Zrcadla

Příklad 1

Duté kulové zrcadlo má ohniskovou vzdálenost 12 cm. Do jaké vzdálenosti od zrcadla je potřeba umístit předmět, aby jeho obraz byl třikrát zvětšený?

Řešení

$$f = 12 \text{ cm}, |Z| = 3, a = ?$$

Pro příčné zvětšení kulového zrcadla platí:

$$Z = \frac{-f}{a-f} \Rightarrow a = f - \frac{f}{Z}$$

a) pro $Z_1 = -3$: $a_1 = 12 - \frac{12}{-3} = \underline{16 \text{ cm}}$.

b) pro $Z_2 = 3$: $a_2 = 12 - \frac{12}{3} = \underline{8 \text{ cm}}$.

Závěr: Úloha má 2 řešení: pro $a_1 = 16 \text{ cm}$ je obraz reálný a platí: $f < a_1 < 2f$; pro $a_2 = 8 \text{ cm}$ je obraz virtuální a platí: $0 < a_2 < f$.

Příklad 2

Duté zrcadlo vytváří 2× zmenšený převrácený obraz předmětu. Vzdálenost obrazu od předmětu je 45 cm. Určete předmětovou a obrazovou vzdálenost a ohniskovou dálku zrcadla.

Řešení

$$d = 45 \text{ cm}; Z = -0,5; a = ?, a' = ?, f = ?$$

Pro vzdálenosti a , a' a d platí vztah $a = d + a'$. (*)

Z rovnice pro příčné zvětšení $Z = -\frac{a'}{a}$ je $a' = -Za$,

což dosadíme do (*): $a = d - Za \Rightarrow a = \frac{d}{1+Z}$.

Číselně: $a = \frac{45}{1-0,5} = \underline{90 \text{ cm}}$, $a' = a - d = \underline{45 \text{ cm}}$.

Ze zobrazovací rovnice $\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \underline{f = 30 \text{ cm}}$.

Závěr: Hledané vzdálenosti jsou 90, 45 a 30 cm.

Test

- Obrázek vytvořený po odrazu na vypuklém zrcadle je vždy
 - skutečný, přímý, zvětšený
 - neskutečný, přímý, zmenšený
 - neskutečný, převrácený, zmenšený
 - neskutečný, přímý, zvětšený.
- V jaké vzdálenosti a od dutého zrcadla o ohniskové vzdálenosti f musíme umístit předmět, abychom získali neskutečný obraz?
 - $f < a < 2f$
 - $a < 2f$
 - $0 < a < f$
 - $a = f$

Otázky

- Jaký typ kulového zrcadla je nejvhodnější
 - jako zpětné zrcátko automobilu;
 - jako zrcátko na toaletní stolek?

Úlohy

- Předmět vysoký 2 cm stojí kolmo na optickou osu ve vzdálenosti 3 cm od vypuklého zrcadla o poloměru křivosti 10 cm. Určete polohu obrazu, jeho výšku, zvětšení a vlastnosti obrazu. Řešte také graficky.
- Vystavovaný exponát – lesklá pozlacená koule – má průměr 100 cm a návštěvník ji sleduje ze vzdálenosti 1 m. Jak daleko od návštěvníka se nachází obraz jeho postavy?

Řešení

1. b); 2. c); 3. a) vypuklé – dává vždy přímý obraz a poskytuje velké zorné pole; b) duté – dává zvětšený přímý obraz za podmínky, že vzdálenost obličeje od zrcadla je menší než ohnisková vzdálenost zrcadla; 4. $a' = -1,875 \text{ cm}$; $Z = 0,625$; $y' = 1,25 \text{ cm}$; obraz je neskutečný, přímý, zmenšený; 5. $s = a + a' = 1,2 \text{ m}$.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: OPTICKÁ ZOBRAZENÍ

5. Čočky

Příklad 1

Spojná čočka s ohniskovou délkou $f = 50$ cm vytváří ve vzdálenosti $x' = 12,5$ cm za obrazovým ohniskem obraz výšky $y' = 0,8$ cm. Jak vysoký je předmět?

Řešení

$f = 50$ cm, $x' = 12,5$ cm, $y' = 0,8$ cm, $y = ?$

Pro obrazovou délku platí: $a' = f + x'$ a příčné zvětšení Z vypočítáme z rovnice

$$Z = -\frac{a' - f}{f} = -\frac{f + x' - f}{f} = -\frac{x'}{f} = -\frac{12,5}{50} = -0,25.$$

Výšku předmětu určíme definice zvětšení Z :

$$Z = \frac{y'}{y} \Rightarrow y = \frac{y'}{Z} = 0,8 \cdot (-4) = \underline{\underline{-3,20 \text{ cm}}}$$

Závěr: Výška předmětu je $-3,2$ cm (znaménko mínus znamená převrácený obraz).

Příklad 2

Dvojvypuklou tenkou skleněnou čočku se stejnými poloměry křivosti $r = 13$ cm o indexu lomu $n_s = 1,50$ ponoříme do vody ($n_v = 1,33$). Určete optickou mohutnost této čočky ve vodě.

Řešení

$n_s = 1,50$; $n_v = 1,33$; $r = 0,13$ m; $\varphi = ?$

Podle zobrazovací rovnice tenké čočky je

$$\varphi = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \text{ a pro zadání této úlohy:}$$

$$\varphi = \left(\frac{n_s}{n_v} - 1 \right) \cdot \frac{2}{r} = \left(\frac{1,50}{1,33} - 1 \right) \cdot \frac{2}{0,13} = \underline{\underline{1,97 \text{ D}}}$$

Závěr: Optická mohutnost uvedené čočky ve vodě je přibližně 2 D.

Test

- Rozptylná čočka má ohniskovou vzdálenost 20 cm. Jaká je její optická mohutnost?
a) 20 D b) 5 D c) -5 D d) -20 D
- Na obrázku je znázorněna optická osa čočky (o), bodový zdroj světla (A) a jeho obraz (B).

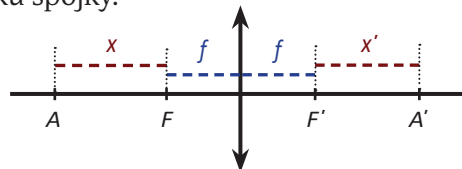


Z obrázku můžeme usoudit:

- čočka je spojná, obraz je neskutečný;
- čočka je rozptylná, obraz je neskutečný;
- čočka je spojná, obraz je skutečný;
- čočka je rozptylná, obraz je skutečný.

Úlohy

- Předmět vysoký 1,5 cm je kolmý na optickou osu a nachází se ve vzdálenosti 3 cm od rozptylky ($f = -2$ cm). Určete polohu obrazu a jeho optické vlastnosti. Řešte i graficky.
- Předmět a jeho obraz mají od příslušných ohnisek spojně čočky vzdálenost $x = 48$ cm a $x' = 27$ cm (viz obrázek). Určete ohniskovou délku spojky.



Řešení

1. c); 2. a); 3. $a' = -1,2$ cm; $Z = 0,4$; $y' = 0,6$ cm; obraz je neskutečný, přímý, zmenšený; 4. řešíme rovnici $\frac{1}{f+x} + \frac{1}{f+x'} = \frac{1}{f} \Rightarrow f^2 = x \cdot x'$ (Newtonova zobrazovací rovnice) $\Rightarrow f = 36$ cm.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: OPTICKÁ ZOBRAZENÍ

6. Oko

Příklad 1

Tatínek při čtení drží knihu ve vzdálenosti 1 m od očí. Jakou vadou trpí? Jaké kontaktní čočky byste mu doporučili pro ostré vidění?

Řešení

Kontaktní čočky tvoří optickou soustavu, která předmět v konvenční zrakové vzdálenosti ($a = 25 \text{ cm}$) před okem zobrazí do takové vzdálenosti, kam tatínek vidí ($a' = -1 \text{ m}$, tedy 1 m před oko).

Dosazením do zobrazovací rovnice tedy máme:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{0,25} + \frac{1}{-1} = \frac{1}{f} = \underline{\underline{\varphi = 3 \text{ D}}}.$$

Závěr: Tatínek trpí dalekozrakostí, optická mohutnost kontaktních čoček má být 3 D.

Příklad 2

Čtenář používá brýle s čočkami o optické mohutnosti +2,75 D. Určete vzdálenost od oka, ve které by musel držet knihu při čtení bez brýlí. Vzdálenost brýlí od oka a) zanedbejte, b) uvažujte 1 cm.

Řešení

Stejně jako v příkladu 1 je $a = 25 \text{ cm}$, máme však určit a' . Ze zobrazovací rovnice $\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \varphi$ plyne:

$$\frac{1}{a'} = \varphi - \frac{1}{a} = 2,75 - 4 = -1,25 \Rightarrow \underline{\underline{a' = -0,8 \text{ m}}}.$$

Při vzdálenosti brýlí od oka 1 cm má rovnice tvar:

$$\frac{1}{a - 0,01} + \frac{1}{a' - 0,01} = \varphi \Rightarrow \underline{\underline{a' = -0,696 \text{ m}}}.$$

Závěr: Vzdálenost brýlí od oka čtenáře je v případě a) 80 cm, v případě b) asi 70 cm.

Test

- Vyberte nepravdivé tvrzení:
 - Spojku se koriguje dalekozrakost (hypermetropie).
 - U dalekozrakosti je blízký bod posunut dále od oka.
 - U krátkozrakosti vzniká obraz vzdálených předmětů za sítnicí.
 - Vetchozrakost se koriguje bifokálními čočkami (horní část – rozptylka, dolní spojka).

Otázky

- Když pod vodou otevřeme oči, vidíme předměty neostře, zatímco přes sklo potápěčských brýlí vidíme normálně. Vysvětlete.
- O jakou hodnotu se může měnit ohnisková délka normálního oka, mění-li se jeho optická mohutnost od 58,6 D do 70,6 D?

Úlohy

- Student si zvykl číst knihy ze vzdálenosti 20 cm od očí. Jaké brýle potřebuje, aby četl knihy z konvenční zrakové vzdálenosti 25 cm? Vzdálenost brýlí od očí zanedbejte.
- Vzdálený bod krátkozrakého oka je ve vzdálenosti 50 cm. Jakou optickou mohutnost mají brýle, které posunou vzdálený bod do nekonečna?

Řešení

1. c); 2. Index lomu vody je blízký indexu lomu očního moku a sklivce, optická mohutnost oka se zmenšuje. 3. o 2,9 mm; 4. $\varphi = -1 \text{ D}$, rozptylky; 5. Brýle zobrazí předmět v nekonečno ($a = \infty$) do takové vzdálenosti, kam je tento člověk schopen zaostřit ($a' = -0,5 \text{ m}$): $\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \varphi = -2 \text{ D}$.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: OPTICKÁ ZOBRAZENÍ

7. Lupa

Příklad

Policejní rada Vacátko zkoumá pomocí lupy otisky prstů na vstupních dveřích. Lupa má ohniskovou vzdálenost $f=9\text{ cm}$ a policejní rada ji drží ve vzdálenosti 6 cm od dveří. Kde vidí obraz vytvořený lupou? Jak velký je obraz?

Řešení

$$\begin{aligned} f &= 9\text{ cm} \\ a &= 6\text{ cm} \\ a' &=? \\ Z &=? \end{aligned}$$

Ze zobrazovací rovnice čočky $\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$ plyne $\frac{1}{a'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$ a obrazová vzdálenost je

$$a' = \frac{af}{a-f}. \quad \text{Po vyčíslení je } \underline{\underline{a' = -18\text{ cm}}}.$$

Zvětšení poskytované lupou: $Z = -\frac{a'}{a}$ a po dosazení čísel je $\underline{\underline{Z=3}}$.

Závěr: Policejní rada vidí $3\times$ zvětšený obraz 18 cm před lupou.

Test

- Vyberte nesprávné tvrzení:
 - Lupa slouží ke zvětšení zorného úhlu při pozorování předmětu.
 - Lupu používáme ke zobrazení blízkých předmětů.
 - Pozorovaný předmět je potřeba umístit do předmětového ohniska lupy.
 - Jako lupa může posloužit libovolná spojka.

Úlohy

- Čočka z brýlí o optické mohutnosti 8 D byla použita jako lupa. Jaké je zvětšení této lupy pro neakomodované oko?
- Lupa vytvoří obraz světelného zdroje na stínítku ve vzdálenosti $0,5\text{ m}$ od zdroje. Posuneme-li lupu do jiné polohy, přičemž poloha zdroje i stínítka zůstává stejná, na stínítku vznikne opět ostrý obraz zdroje. Jaká je ohnisková vzdálenost lupy, potřebujeme-li k vytvoření druhého obrazu lupu posunout ke stínítku o 10 cm ?

Otázky

- Jako lupu můžeme použít spojnu čočku, jejíž ohnisková vzdálenost je menší než konvenční zraková vzdálenost d . Zdůvodněte tuto podmínku.
- Jaká je ohnisková dálka $2,5\times$ zvětšující lupy?
- Proč lze lupou dosáhnout nejvýše asi šestinásobného zvětšení?

Řešení

1. d); **2.** Pro úhlové zvětšení lupy platí: $\gamma = \frac{d}{f}$; pro $d < f$ by nedošlo ke zvětšení. **3.** $f = 10\text{ cm}$; **4.** Při větším zvětšení se začínají výrazně projevovat optické vady čoček a je nutno použít soustavu čoček. **5.** 2 ; **6.** $f = 12\text{ cm}$ (vyřešit soustavu rovnic $\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$ a $\frac{1}{a+x} + \frac{1}{a'-x} = \frac{1}{f}$, $x = 0,1\text{ m}$, $a+a' = 0,5\text{ m}$)

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: OPTICKÁ ZOBRAZENÍ

8. Mikroskop

Příklad

Mikroskop má objektiv o ohniskové vzdálenosti 16 mm a okulár o ohniskové vzdálenosti 25 mm. Vzdálenost mezi nimi je 221 mm. a) Jaká je vzdálenost předmětu od objektivu? b) Jaké je příčné zvětšení objektivu? c) Jaké je celkové zvětšení mikroskopu?

Řešení

$$\begin{aligned} f_{ok} &= 25 \text{ mm} \\ f_{ob} &= 16 \text{ mm} \\ L &= 221 \text{ mm} \\ a_{ob} &= ? \\ Z &= ?, \gamma = ? \end{aligned}$$

Okulár je umístěn tak, že obraz vytvořený objektivem se nachází v ohniskové rovině okuláru. Optický interval = vzdálenost obrazového ohniska objektivu a předmětového ohniska okuláru: $\Delta = |F_1'F_2|$. Celková délka mikroskopu L je vzdálenost objektivu a okuláru: $L = f_{ob} + \Delta + f_{ok}$ (viz obr.).

Platí tedy: $a'_{ob} = f_{ob} + \Delta = L - f_{ok} = 221 - 25 = 196 \text{ mm}$.

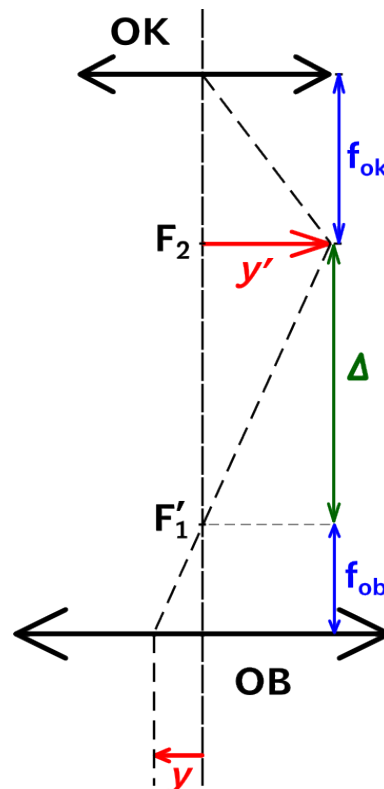
Dále použijeme zobrazovací rovnici objektivu $\frac{1}{a_{ob}} + \frac{1}{a'_{ob}} = \frac{1}{f_{ob}}$, odkud

$$\text{určíme předmětovou dálku: } a_{ob} = \frac{a'_{ob}f_{ob}}{a'_{ob} - f_{ob}} = \frac{196 \cdot 16}{196 - 16} = \underline{\underline{17,42 \text{ mm}}}.$$

$$\text{Příčné zvětšení: } Z = \frac{\Delta}{f_{ob}} = \frac{L - f_{ok} - f_{ob}}{f_{ob}} = \frac{221 - 25 - 16}{16} = \frac{45}{16} = \underline{\underline{11,25}}.$$

$$\text{Celkové zvětšení mikroskopu: } \gamma = \frac{\Delta d}{f_{ob}f_{ok}} = \frac{180 \cdot 250}{16 \cdot 25} = \frac{225}{2} = \underline{\underline{112,5}}.$$

Závěr: Předmět bude 1,74 cm před objektivem. Příčné zvětšení $Z = 11,25$ a celkové zvětšení $\gamma = 112,5$.



Otázky

- Optickým mikroskopem lze dosáhnout užitečného zvětšení maximálně 2000. Proč jím nelze pozorovat při větších zvětšeních libovolně malé objekty?
- Co je rozlišovací schopnost mikroskopu? Jak se liší elektronový mikroskop od mikroskopu klasického?

Úlohy

- Mikroskop má objektiv o ohniskové vzdálenosti 5 mm, okulár má ohniskovou vzdálenost 40 mm a optický interval mikroskopu je 16 cm. Určete zvětšení mikroskopu, jestliže předmět pozorujeme okem akomodovaným na nekonečno.

- Mikroskop je opatřen sadou tří objektivů o ohniskových vzdálenostech 15 mm, 4 mm a 2 mm a dvěma okuláry, jejichž úhlová zvětšení jsou 5 a 10. Každý z objektivů vytváří obraz ve vzdálenosti 150 mm za svým druhým ohniskem. Jaké je a) nejmenší, b) největší zvětšení mikroskopu?

Řešení

- U objektů, jejichž velikost je srovnatelná s λ světla, se výrazně projeví difrakce. 2. Rozlišovací schopnost $y = \frac{0,61 \lambda}{A}$ určuje nejmenší vzdálenost dvou bodů, které lze ještě rozlišit. Elektronový mikroskop využívá místo světla (proudu fotonů) katodové záření (proud elektronů), přičemž $\lambda_e \ll \lambda_f$ a tím se dosahuje zvětšení až 10^5 . 3. $\gamma = 200$; 4. $\gamma_{\min} = 50$, $\gamma_{\max} = 750$.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: OPTICKÁ ZOBRAZENÍ

9. Dalekohledy

Příklad

K dispozici máte 6 čoček o ohniskových vzdálenostech -2 m , 3 m , 1 m , $-1,5\text{ m}$, 20 cm a -15 cm . Sestavte z nich dalekohled, který vytvoří přímý obraz s co největším zvětšením. Použijte jen dvě čočky. Jaká bude délka tohoto dalekohledu?

Řešení

Máme sestavit dalekohled poskytující přímý obraz, tedy dalekohled holandský – objektivem bude spojka, okulárem rozptylka. Čočky, které jsou k dispozici, uspořádáme do tabulky podle ohniskové délky.

objektiv	okulár
$f_1 = 3,0\text{ m}$	$f_4 = -2,00\text{ m}$
$f_2 = 1,0\text{ m}$	$f_5 = -1,50\text{ m}$
$f_3 = 0,2\text{ m}$	$f_6 = -0,15\text{ m}$

Zvětšení dalekohledu je $\gamma = \frac{f_{\text{ob}}}{|f_{\text{okl}}|}$. Uvedený zlomek bude mít největší hodnotu, když jeho číselník bude co největší a jmenovatel (přesněji jeho absolutní hodnota, neboť ohnisková délka rozptylky je záporná) co nejmenší. Podle tohoto kritéria tedy vybereme jako objektiv čočku $f_1 = 3,0\text{ m}$ a jako okulár čočku $f_6 = -0,15\text{ m}$.

Zvětšení: $\gamma = \frac{f_{\text{ob}}}{|f_{\text{okl}}|} = \frac{3}{0,15} = 20$. Délka dalekohledu: $L = f_{\text{ob}} + f_{\text{ok}} = f_1 + f_6 = 3,00 - 0,15 = 2,85\text{ m}$.

Závěr: K sestavení dalekohledu s maximálním zvětšením ($\gamma = 20$) použijeme čočky $f_1 = 3\text{ m}$ a $f_6 = -15\text{ cm}$.
Délka dalekohledu bude $2,85\text{ m}$.

Otázky

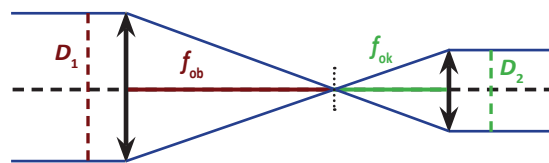
1. Zvětšení Keplerova dalekohledu nebo triedru se dá přibližně zjistit jako poměr průměrů čoček objektivu a okuláru. Zdůvodněte.
2. Hvězdy vidíme v jakémkoliv dalekohledu jako svítící body. Proč je tedy výhodnější pozorovat hvězdy dalekohledem než pouhým okem?
3. Proč jsou astronomické dalekohledy konstruovány s velkým průměrem objektivu? Proč jsou tyto objektivy s průměrem větším než 1 m zrcadlové?

Úlohy

4. Galileův dalekohled zvětšuje $10\times$ a vzdálenost mezi jeho objektivem a okulárem je 1 m . Vypočítejte ohniskové vzdálenosti objektivu a okuláru.

Řešení

1. Vztah $\gamma = \frac{f_{\text{ob}}}{f_{\text{ok}}} = \frac{D_1}{D_2}$ vyplývá z podobnosti trojúhelníků tvořených průřezem paprsků optickou soustavou dalekohledu (viz obrázek).



2. Dalekohled sbírá objektivem o velkém průměru daleko více světla, než umožňuje zornice oka. Pak lze pozorovat i velmi slabé, okem neviditelné objekty. 3. Aby dalekohled zachytil co nejvíce světla (viz předchozí otázka). Zrcadlové objektivy se snáze vyrábějí (jen jedna plocha, u čoček dvě), mají menší světelné ztráty, neprojevuje se u nich barevná vada jako u čoček. 4. $f_{\text{ob}} = 1,11\text{ m}$; $f_{\text{ok}} = -0,111\text{ m}$.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: VLNOVÁ OPTIKA

10. Světlo jako elektromagnetické vlnění

Příklad

Vrstva éteru (index lomu $n_e = 1,36$) tloušťky 20 mm plave na vrstvě vody (index lomu $n_v = 1,33$) tloušťky 40 mm. Jaká je zdánlivá vzdálenost hladiny éteru ode dna nádoby, jestliže se díváme do nádoby svisle dolů?

Řešení

$n_e = 1,36$
 $l_e = 20 \text{ mm}$
 $n_v = 1,33$
 $l_v = 40 \text{ mm}$
 $s = ?$

Při průchodu optickým prostředím o indexu lomu n světlo urazí tzv. optickou dráhu l , což je geometrická dráha s násobená indexem lomu n – platí tedy: $l = n \cdot s$.

Určujeme-li vzdálenosti, jsme zvyklí vyhodnocovat dráhu geometrickou. Při průchodu světla kapalinami se však projeví jejich indexy lomu – světlo se tedy pohybuje po drahách optických a ty musíme přepočítat na dráhy geometrické:

$$s = s_e + s_v = \frac{l_e}{n_e} + \frac{l_v}{n_v} = \frac{20}{1,36} + \frac{40}{1,33} = \underline{\underline{44,78 \text{ mm}}}.$$

Závěr: Zdánlivá vzdálenost hladiny éteru ode dna nádoby je asi 45 mm.

Otázky

1. Vlnová délka červeného světla ve vodě je rovna vlnové délce zeleného světla ve vzduchu. Voda je osvětlena zeleným světlem. Jakou barvu vnímá člověk, když pod vodou otevře oči?
2. Do láhve ze zeleného skla nalijeme červený inkoust. Jak se nám bude jevit barva inkoustu v láhvi?
3. Proč jsou některé mraky bílé a některé téměř černé?
4. Jestliže se postavíme v divadle za sloup, herce slyšíme, ale nevidíme. Vysvětlíte.

Úlohy

5. V letech 1960–1983 byla délka 1 m definována jako 1 650 763,73 vlnových délek oranžové čáry izotopu kryptonu 86. Určete délku vlny a její frekvenci.

6. Světlo vlnové délky $\lambda = 700 \text{ nm}$ vstupuje do skleněného hranolu o indexu lomu 1,5. Jak se zde změní vlnová délka a frekvence světla?

Řešení

1. Zelenou, protože barvu světla neurčuje vlnová délka ale frekvence – ta se při přechodu do jiného optického prostředí nemění. **2.** Inkoust v láhvi se nám bude jevit jako černý: sklo láhve propouští jen zelené světlo, které inkoust pohlcuje. **3.** Řídké mraky s malými kapičkami vody sluneční světlo pouze rozptylují, vidíme je proto bílé. Jako černé vidíme velmi husté mraky, v nichž velké kapky vody buď sluneční světlo silně pohlcují, nebo je odrážejí směrem nahoru. **4.** Ohyb vlnění je při určitém rozměru překážky tím výraznější, čím větší je jeho vlnová délka. Ta je u zvukového vlnění řádově 10^0 m , u světelného vlnění řádově 10^{-7} m . Ohyb zvuku proto nastane, zatímco ohyb světla se neuplatní. **5.** $\lambda = 606 \text{ nm}$; $f = 4,95 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. **6.** $\lambda' = 466,7 \text{ nm}$; frekvence se nezmění.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulěnka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: VLNOVÁ OPTIKA

11. Interference

Příklad

Tenká vrstva s indexem lomu 1,8 a tloušťkou 350 nm je nanosená na skle s indexem lomu 1,5. Na vrstvu dopadá bílé světlo 400–750 nm. Odhadněte barvu (vlnovou délku) vrstvy v kolmo odraženém světle.

Řešení

$n = 1,8$
 $n_s = 1,5$
 $d = 350 \text{ nm}$
 $\lambda = 400\text{--}750 \text{ nm}$
 $\lambda_{\text{max}} = ?$

U interference na tenké vrstvě lze optický dráhový rozdíl obou paprsků vyjádřit: $\Delta l = 2nd + \frac{\lambda}{2}$ (*), přičemž polovina vlnové délky zvětšuje dráhový rozdíl v důsledku změny fáze světla při jeho odrazu na prvním rozhraní vzduchu a tenké vrstvy.

Pro interferenční maximum na tenké vrstvě v odraženém světle platí podmínka:

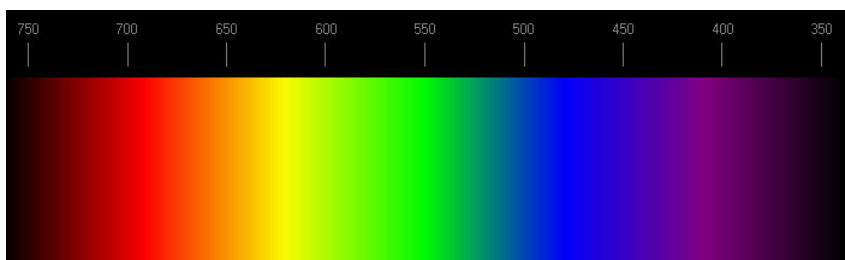
$$\Delta l = k\lambda = 2k \frac{\lambda}{2}. \text{ Porovnáním s (*) je: } 2nd + \frac{\lambda}{2} = 2k \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2nd = (2k-1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda_k = \frac{4nd}{2k-1}.$$

$$\text{Pro } k=1: \lambda_1 = \frac{4 \cdot 1,8 \cdot 350}{1} = 2520 \text{ nm.}$$

$$\text{Pro } k=2: \lambda_2 = \frac{4 \cdot 1,8 \cdot 350}{3} = 840 \text{ nm.}$$

$$\text{Pro } k=3: \lambda_3 = \frac{4 \cdot 1,8 \cdot 350}{5} = \underline{\underline{504 \text{ nm.}}}$$

Závěr: Vlnová délka tenké vrstvy v odraženém světle je 504 nm (ostatní vlnové délky jsou mimo obor viditelného světla – viz obr.).



Otázky

1. Můžeme dvě hvězdy na obloze považovat za koherentní zdroje světla?
2. Uchopíme-li kleštěmi žiletku a zahříváme ji nad plamenem, dojde ke zbarvení povrchu oceli. Objasněte.
3. Proč můžeme na tenké vrstvě petroleje na povrchu vody pozorovat duhové zbarvení?

Úlohy

4. Dráhový rozdíl dvou paprsků koherentního světla, které spolu interferují, je $\frac{\lambda}{4}$. Určete fázový rozdíl světelných vln.
5. Určete tloušťku mýdlové blány s indexem lomu 1,35 v místech, ve kterých vidíme blá-

nu v odraženém světle sodíkové lampy žlutou ($\lambda = 589,3 \text{ nm}$).

6. Na Newtonova skla dopadá kolmo monofrekvenční světlo. Ploskovypuklá čočka Newtonových skel má poloměr křivosti $R=9 \text{ m}$ a poloměr čtvrtého tmavého kroužku je 5 mm. Určete vlnovou délku dopadajícího světla.

Řešení

1. Ne – jsou to dva nezávislé zdroje světla a fáze světelných vln se náhodně mění.
2. Nastává interference světla na nestejně silné vrstvě oxidu železa.
3. V důsledku interference odražených paprsků bílého světla.
4. $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$;
5. $2nd = (2k-1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = \frac{(2k-1)\lambda}{4n} = 109 \text{ nm}$;
6. podm.: $2nd = k\lambda$, $d = \frac{r_k^2}{2R} \Rightarrow \lambda = \frac{nr_k^2}{kR} = \frac{1 \cdot 0,005^2}{4 \cdot 9} = 694 \cdot 10^{-9} \text{ m}$.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulěnka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: VLNOVÁ OPTIKA

12. Ohyb světla – difrakce

Příklad 1

Difrakční mřížka má 160 vrypů na 1 mm délky mřížky. Určete vlnovou délku monofrekvenčního světla šterbinového zdroje, jestliže směr k maximům 1. řádu svírá se směrem kolmým k rovině mřížky úhel $4^{\circ}40'$.

Řešení

$$N = 160, d = 10^{-3} \text{ m}, k = 1, \alpha = 4^{\circ}40', \lambda = ?$$

Periodu mřížky $b = \frac{d}{N}$ dosadíme do difrakční podmínky $b \cdot \sin \alpha = k \cdot \lambda$ a pak vyjádříme vlnovou délku:

$$\lambda = \frac{d \sin \alpha}{kN} = \frac{10^{-3} \cdot \sin 4^{\circ}40'}{1 \cdot 160} \doteq 5,08 \cdot 10^{-7} \text{ m} = \underline{\underline{508 \text{ nm}}}.$$

Závěr: Vlnová délka uvedeného zdroje světla je asi 508 nm.

Příklad 2

Na optickou mřížku, která má 400 vrypů na 1 mm, dopadá kolmo monofrekvenční žluté světlo o vlnové délce 625 nm. Určete nejvyšší řád maxima, které lze pozorovat na stínítku za mřížkou. Kolik maxim uvidíme na stínítku?

Řešení

$$N = 400, d = 10^{-3} \text{ m}, \lambda = 625 \cdot 10^{-9} \text{ m}, k_{\max} = ?, n_k = ?$$

Z difrakční podmínky plyne, že $\sin \alpha = k \frac{\lambda}{b}$ ($k=0,1,2,\dots$ je řád maxima) a protože úhel $\alpha < 90^{\circ}$, je $\sin \alpha < 1$, neboli $k \frac{\lambda}{b} < 1 \Rightarrow k < \frac{b}{\lambda}$.

Po dosazení za periodu mřížky $b = \frac{d}{N}$ je $k < \frac{d}{\lambda N}$,

$$\text{číselně: } k < \frac{0,001}{625 \cdot 10^{-9} \cdot 400} = 4 \Rightarrow \underline{\underline{k_{\max} = 3}}; \underline{\underline{n_k = 7}}$$

Závěr: Na stínítku je nejvýše maximum 3. řádu. Ohybový jev vzniká souměrně po obou stranách maxima 0. řádu, proto na stínítku bude celkem 7 maxim.

Test

- Pomocí difrakční mřížky můžeme určit:
 - index lomu skla pro světlo libovolné barvy;
 - vlnovou délku světla libovolné barvy;
 - rychlost světla ve skle;
 - průběh disperzní křivky skla.

Otázky

- Proč nevidíme stín telefonních drátů na silnici nebo stín ptáka letícího ve větší výši?
- Jak se změní ohybové spektrum vytvořené optickou mřížkou, zvětšíme-li vzdálenost stínítka od mřížky?

Úlohy

- Monofrekvenční světlo o vlnové délce 600 nm dopadá kolmo na optickou mřížku

s periodou 10^{-2} mm. Určete úhel α , o který se odchyluje maximum prvního řádu od směru kolmého k rovině mřížky.

- Kolik vrypů na 1 mm má optická mřížka, jestliže se světlo o vlnové délce 589,6 nm ve druhém maximum odchyluje od směru kolmého k rovině mřížky o úhel $\alpha = 43^{\circ}15'$?
- Na optickou mřížku s mřížkovou periodou $4 \mu\text{m}$ dopadá kolmo monofrekvenční světlo. Stanovte jeho vlnovou délku, je-li úhel mezi spektry 2. a 3. řádu $2^{\circ}30'$. Úhly difrakce α_2 a α_3 jsou zanedbatelně malé.

Řešení

1. b); 2. Na malých překážkách se projevuje ohyb světla. 3. Vzdálenost mezi ohybovými maximy se zvětší. 4. $\alpha = 3^{\circ}26'$; 5. $N = 581$ vrypů; 6. $b \cdot \sin \alpha_2 = 2\lambda, b \cdot \sin \alpha_3 = 3\lambda \Rightarrow \lambda = b \cdot (\sin \alpha_3 - \sin \alpha_2)$, pro malé úhly je $\sin \alpha \doteq \alpha$ (v rad.), $\lambda \doteq b(\alpha_3 - \alpha_2) \doteq 170 \text{ nm}$.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulenka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: VLNOVÁ OPTIKA

13. Polarizace světla

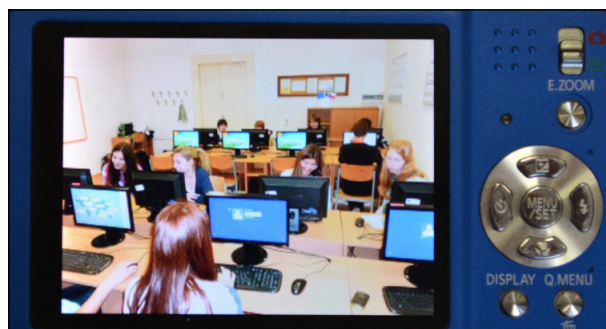
Ověření polarizace pokusem

Ověřte funkci polarizačních slunečních brýlí jejich otáčením před vhodným LCD displejem.

Komentář: Světlo odražené z rovných povrchů – např. hladká silnice nebo klidná voda – je převážně horizontálně polarizované a je blokováno vertikálními polarizátory brýlí.

Výhody polarizačních brýlí: redukce nežádoucích odlesků a kontrastnější vnímání objektů a jejich barev.

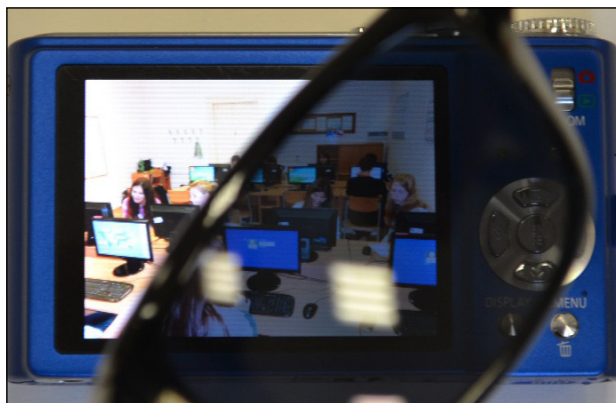
Nevýhody: Polarizovaná skla mohou působit problémy při čtení některých LCD displejů (např. na palubních deskách automobilů). Při pohledu na něj pod určitým úhlem se projeví efekt ztmavnutí displeje a jeho obsah je nečitelný (viz fotografie na obr. 1–4).



Obr. 1: LCD displej digitálního fotoaparátu



Obr. 2: Stejný displej přes polarizační brýle



Obr. 3: Natočení polarizačních brýlí o 45°



Obr. 4: Natočení brýlí o 90°, efekt ztmavnutí displeje

Úlohy

- Úhel úplné polarizace pro neprůhledný email je 58°. Jaký je index lomu emailu?
- Určete Brewsterův úhel pro úplnou polarizaci světla při odrazu od rozhraní vzduch-sklo. Index lomu skla je 1,54.

- Při jakém úhlu φ_B dopadu světla nastane úplná polarizace při odrazu na rozhraní ledu a vody? Index lomu ledu je $n_L = 1,308$, index lomu vody je $n_V = 1,333$.

Řešení

- $n = 1,60$; 2. $\varphi_B = 57^\circ$; 3. $\text{tg } \varphi_B = \frac{n_V}{n_L} \Rightarrow \varphi_B = 45^\circ 32'$.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulěnka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Temat. okruh: SVĚTLO JAKO ZÁŘENÍ

14. Záření černého tělesa

Příklad 1

Slunce vyzařuje z 1 m^2 svého povrchu výkon $6,286 \cdot 10^4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Odhadněte, jaká je povrchová teplota Slunce.

Řešení

$$M_e = 6,286 \cdot 10^4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}, \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}, T = ?$$

Podle Stefan-Boltzmannova zákona je intenzita vyzařování přímo úměrná 4. mocnině teploty: $M_e = \sigma \cdot T^4$.

Po vyjádření teploty dostaneme:

$$T = \sqrt[4]{\frac{M_e}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{6,286 \cdot 10^4}{5,67 \cdot 10^{-8}}} = \underline{\underline{5770 \text{ K}}}$$

Závěr: Odhadovaná teplota na povrchu Slunce je přibližně 5770 K.

Příklad 2

Lidské oko má největší citlivost pro vlnovou délku 550 nm. Při jaké teplotě černého tělesa bude maximum spektra emitovaného záření mít tuto vlnovou délku?

Řešení

$$\lambda = 550 \cdot 10^{-9} \text{ m}; b = 2,89 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}; T = ?$$

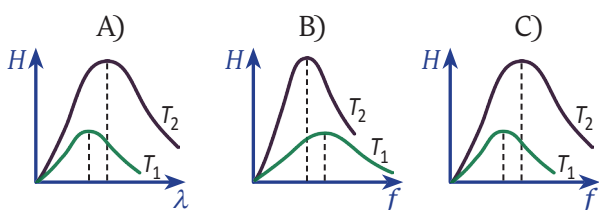
Z Wienova posunovacího zákona $\lambda = \frac{b}{T}$ vyjádříme teplotu:

$$T = \frac{b}{\lambda} = \frac{2,89 \cdot 10^{-3}}{550 \cdot 10^{-9}} = \underline{\underline{5254,5 \text{ K}}}$$

Závěr: Maximum spektra emitovaného záření bude mít vlnovou délku 550 nm při teplotě přibližně 5255 K.

Test

- Který graf spektrální hustoty intenzity vyzařování H černého tělesa při dvou různých teplotách $T_1 < T_2$ je správný?



- Jak se změní intenzita vyzařování M_e povrchu černého tělesa a vlnová délka λ_m odpovídající záření o maximální intenzitě, jestliže teplota černého tělesa vzroste ze 300 K na 600 K?

- M_e se zvětší 16× a λ_m se zmenší 4×.
- M_e se zvětší 16× a λ_m se zmenší 2×.
- M_e se zvětší 4× a λ_m se zmenší 2×.
- M_e se zvětší 2× a λ_m vzroste 2×.

Úlohy

- Pro teplotu tzv. reliktního záření Vesmíru je uváděna hodnota 2,7 K.
 - Pro jakou vlnovou délku má spektrální hustota intenzity vyzařování své maximum?
 - Do které části elektromagnetického spektra toto záření patří?
- Ze Slunce dopadá na jeden čtvereční metr Země výkon $1326 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ (zanedbáme-li vliv atmosféry). Odhadněte, na jakou maximální teplotu se může zahřát černé těleso vystavené na Zemi přímým slunečním paprskům.

Řešení

1. graf C); 2. b); 3. a) $\lambda = 10^{-3} \text{ m}$, b) mikrovlny;
4. 391 K (118 °C).

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Temat. okruh: SVĚTLO JAKO ZÁŘENÍ

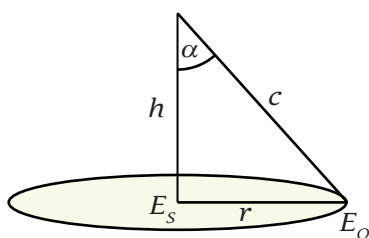
15. Fotometrie

Příklad 1

Nad středem kruhového stolu o průměru $d=1,4\text{ m}$ visí ve výšce $h=1,8\text{ m}$ žárovka o svítivosti $I=65\text{ cd}$. Určete osvětlení středu stolu E_s a okraje stolu E_o .

Řešení

$$\begin{aligned} I &= 65\text{ cd} \\ h &= 1,8\text{ m} \\ d &= 1,4\text{ m} \\ r &= 0,7\text{ m} \\ E_s &= ?, E_o = ? \end{aligned}$$



Osvětlení středu stolu je $E_s = \frac{I}{h^2} = \underline{\underline{20\text{ lx}}}$.

Na okraj stolu dopadá světlo pod úhlem α a platí:

$$E_o = \frac{I}{c^2} \cos \alpha = \frac{I}{h^2 + r^2} \cdot \frac{h}{c} = \frac{I}{h^2 + r^2} \cdot \frac{h}{\sqrt{h^2 + r^2}} = \frac{Ih}{(h^2 + r^2)^{3/2}}$$

Číselně $E_o = \underline{\underline{16,24\text{ lx}}}$.

Závěr: Osvětlení středu stolu je přibližně 20 lx, jeho okraje asi 16 lx.

Příklad 2

Na atletickém stadioně je ve výšce $h_1=3\text{ m}$ instalována lampa o svítivosti $I_1=300\text{ cd}$. Do jaké výšky h_2 je potřeba umístit lampu o svítivosti $I_2=1200\text{ cd}$, aby osvětlení pod lampou bylo dvojnásobné?

Řešení

$I_1=300\text{ cd}$
 $h_1=3\text{ m}$
 $I_2=1200\text{ cd}$
 $h_2=?$

Dle zadání má být osvětlení dvojnásobné – platí tedy rovnice $E_2=2 E_1$.

Vyjádříme jednotlivá osvětlení:

$$E_1 = \frac{I_1}{h_1^2}, E_2 = \frac{I_2}{h_2^2} \text{ a dosadíme:}$$

$$\frac{I_2}{h_2^2} = \frac{2 I_1}{h_1^2} \Rightarrow h_2 = \sqrt{\frac{I_2}{2 I_1}} \cdot h_1 = \sqrt{\frac{1200}{2 \cdot 300}} \cdot 3 = \underline{\underline{4,24\text{ m}}}$$

Závěr: Aby osvětlení bylo dvojnásobné, je třeba umístit lampu do výše 4,24 m.

Test

1. Jak se změní osvětlení papíru, jestliže světelný tok dopadající na papír se zvětší dvakrát a obsah plochy se zmenší třikrát?

- Osvětlení papíru se třikrát zmenší.
- Osvětlení papíru se dvakrát zvětší.
- Osvětlení papíru se šestkrát zmenší.
- Osvětlení papíru se šestkrát zvětší.

Úlohy

2. Která žárovka dává větší osvětlení: žárovka o svítivosti 50 cd ve vzdálenosti 50 cm nebo žárovka o svítivosti 100 cd ve vzdálenosti 1 m? Osvětlení uvažujeme v bodě, do kterého dopadá světelný paprsek kolmo na osvětlenou plochu.

3. Měsíční světlo při úplňku poskytuje osvětlení asi 0,2 lx. Do jaké vzdálenosti od zemského povrchu musíme umístit žárovku o svítivosti 200 cd, aby dala totéž osvětlení? Osvětlení uvažujeme v bodě, do něhož dopadá světlo ze žárovky kolmo.

4. Osvětlení listu papíru formátu A4 (rozměry 210×297 mm) je 500 lx. Jaký světelný tok dopadá na papír?

5. Určete nejmenší svítivost I bodového zdroje světla, který za tmavé noci může spatřit lidské oko ve vzdálenosti $d=30\text{ km}$. Absorpci světla prostředím zanedbáme. Zdravé lidské oko uvidí předmět, jehož osvětlení je aspoň $E=2 \cdot 10^{-9}\text{ lx}$.

Řešení

1. d); 2. $E_1=200\text{ lx}, E_2=100\text{ lx}$; 3. $r = \sqrt{\frac{I}{E}} = 31,6\text{ m}$; 4. $\Phi = Eab = 31,2\text{ lm}$; 5. $I = Ed^2 = 1,8\text{ cd}$.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Temat. okruh: SVĚTLO JAKO ZÁŘENÍ

16. Rentgenové záření

Příklad

Rentgenové záření dopadá na krystal vápence CaCO_3 . Nejmenší úhel mezi rovinou krystalu a svazkem rentgenových paprsků, při němž lze pozorovat odraz, je $\vartheta = 2^\circ 36'$. Mřížková konstanta vápence je $a = 3,04 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. S jakým napětím pracuje rentgenová lamp?

Řešení

$$\begin{aligned}\vartheta &= 2^\circ 36' \\ a &= 3,04 \cdot 10^{-10} \text{ m} \\ k &= 1 \\ c &= 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ h &= 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \\ e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ U &= ?\end{aligned}$$

Podle zadání je v Braggově rovnici ($k\lambda = 2a \sin \vartheta$) pro difrakci RTG záření na strukturních rovinách krystalů řád difrakčního maxima $k = 1$ (ϑ je nejmenší úhel).

RTG foton získá energii po dopadu elektronu urychleného elektrickým polem:

$$eU = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{eU}.$$

Dosadíme-li tuto vlnovou délku do Braggovy rovnice a následně vyjádříme napětí, dostaneme:

$$U = \frac{hc}{2a \sin \vartheta} \text{ a po vyčíslení je } \underline{\underline{U \doteq 45\,000 \text{ V}}}$$

Závěr: Rentgenová lamp pracuje s napětím přibližně 45 kV.

Úlohy

- Rentgenové záření má rozsah vlnových délek od 10 nm do 1 pm. Vypočítejte energii RTG fotonů těchto krajních vlnových délek (vyjádřete v elektronvoltech).
- Jaké napětí musíme nastavit na anodě a zdroji elektronů, aby získané rentgenové záření mělo nejkratší vlnovou délku 10^{-10} m ?
- Vypočítejte vlnovou délku rentgenového záření, jestliže elektrony dopadající na antikatuodu byly urychleny napětím 3 kV. Jak se změní nejkratší vlnová délka rentgenového záření, jestliže elektrony byly urychleny napětím 5× větším?
- Elektron získal v rentgenové trubici kinetickou energii $8 \cdot 10^{-17} \text{ J}$. Vypočítejte urychlovací napětí, rychlost, které dosáhl elektron před dopadem na antikatuodu, a vlnovou délku rentgenového záření.
- Při rozdílu potenciálů 40 kV na anodě a katodě rentgenové trubice byla naměřena nejkratší vlnová délka $3,1 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Určete z těchto hodnot Planckovu konstantu, jestliže kinetická energie elektronů se mění na energii vyzářených fotonů.

Řešení

- 124 eV až 1,24 MeV; 2. 12,4 kV; 3. $4,1 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, zmenší se pětkrát; 4. $U = 500 \text{ V}$, $v = 1,3 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\lambda = 2,48 \text{ nm}$; 5. $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: KVANTOVÁ OPTIKA

17. Foton, kvantová teorie

Příklad

Kolik fotonů za minutu emituje žárovka s výkonem 40 W, jestliže předpokládáme, že vysílá monochromatické žluté světlo vlnové délky 600 nm? Rychlost světla ve vakuu $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, Planckova konstanta $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Řešení

$\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
 $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
 $\Phi_e = 40 \text{ W}$
 $\Delta t = 60 \text{ s}, N = ?$

Z definice zářivého toku $\Phi_e = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ je energie vyzářená žárovkou $\Delta E = \Phi_e \Delta t$. Tato energie je rovněž popsána vztahem $\Delta E = N h f = N h \frac{c}{\lambda}$, kde N je počet fotonů za dobu Δt a $h f$ jejich energie.

$$\text{Porovnáním dostáváme: } N h \frac{c}{\lambda} = \Phi_e \Delta t \Rightarrow N = \frac{\Phi_e \Delta t \lambda}{h c} = \underline{\underline{7,24 \cdot 10^{21} \text{ fotonů}}}.$$

Závěr: Za jednu minutu emituje žárovka o výkonu 40 W asi $7,24 \cdot 10^{21}$ fotonů.

Test

- Které z následujících tvrzení není v souladu s Planckovou kvantovou hypotézou?
 - Směr hybnosti fotonu je dán směrem šíření elektromagnetické vlny.
 - Energie elektromagnetické vlny je zdrojem vyzařována nespojitě.
 - Energie fotonu je nepřímo úměrná jeho frekvenci.
 - Energie fotonu je nepřímo úměrná jeho vlnové délce.

Otázka

- Jaké důsledky by mělo zvětšení hodnoty Planckovy konstanty řádově na jednotky J·s?

Úlohy

- Porovnejte energii fotonu žlutozeleného monofrekvenčního světla o vlnové délce 550 nm se střední kinetickou energií molekuly ideálního plynu vyplývající z jejího neuspořádaného posuvného pohybu při pokojové teplotě (20 °C). Rychlost šíření světla ve vakuu $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, Planckova konstanta $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, Boltzmannova konstanta $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

- Lidské oko může vnímat světlo, jehož zářivý tok (výkon světelného záření jdoucího danou plochou) je $2 \cdot 10^{-17} \text{ W}$. Určete, kolik fotonů o vlnové délce 500 nm při tom dopadne do oka za jednu sekundu.

Řešení

1. c); 2. Kvantové vlastnosti známé jen u mikročástic by měly i běžné objekty, jak o tom například píše *George Gamow* v knize „Pan Tompkins v říši divů“ (Mladá fronta, Praha 1986): *Skupina gazel blížících se k jejich slonu se rychle pohybovala a sir Richard se právě chystal vystřelit, když ho profesor zarazil. „Neplýtejte náboji,“ řekl, „když se jedno zvíře pohybuje v difrakčním obrazci, je pravděpodobnost, že ho zasáhnete, jen nepatrná.“ „Jak to myslíte – jedno zvíře?“ vykřikl sir Richard. „Je jich aspoň několik tisíc!“ „Ale kdepak, je to jediná malá gazela, která se něčeho lekla a běží skrz bambusový háj. Všechna tělesa mají schopnost, podobně jako obyčejné světlo, že když procházejí řadou stejně od sebe vzdálených otvorů, jako například mezi stromy bambusového háje, objeví se difrakční jev... Hovoříme proto o vlnovém charakteru hmoty. (úryvek z kapitoly 8: Kvantová džungle)*

- $E_m = \frac{3}{2} kT = 6 \cdot 10^{-21} \text{ J}, E_f = h \frac{c}{\lambda} = 3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}, E_f = 60 E_m;$
- asi 50 fotonů za 1 s.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: KVANTOVÁ OPTIKA

18. Fotoelektrický jev (fotoefekt)

Příklad

Jakou rychlostí vylétují elektrony z povrchu cesia, jestliže jeho povrch osvětlíme monofrekvenčním světlem o vlnové délce 600 nm? Výstupní práce cesia je 1,93 eV (1 eV = 1,6 · 10⁻¹⁹ J), Planckova konstanta 6,63 · 10⁻³⁴ J·s, hmotnost elektronu 9,1 · 10⁻³¹ kg a rychlost světla ve vakuu 3 · 10⁸ m·s⁻¹.

Řešení

$\lambda = 600 \text{ nm}$
 $A_v = 3,09 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
 $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
 $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
 $v = ?$

Z Einsteinovy rovnice fotoefektu $hf = A_v + \frac{1}{2}m_e v^2$, kde $f = \frac{c}{\lambda}$, vyjádříme rychlost elektronu:
$$v^2 = \frac{2(h\frac{c}{\lambda} - A_v)}{m_e} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(hc - A_v\lambda)}{\lambda m_e}} = \underline{\underline{2,21 \cdot 10^5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}}$$

Závěr: Za uvedených podmínek vylétují elektrony z povrchu cesia rychlostí o velikosti asi 2,2 · 10⁵ m·s⁻¹.

Test

- Které z následujících tvrzení není v souladu s Einsteinovým vysvětlením fotoefektu?
 - Energie uvolněných elektronů je tím větší, čím větší je frekvence dopadajícího záření.
 - Je-li energie dopadajícího fotonu menší než výstupní práce, fotoefekt nenastane.
 - Elektrony uvolněné z vazeb se mohou stát vodivostními elektrony.
 - Mezní frekvence pro vznik fotoefektu závisí na intenzitě dopadajícího světla.
- Při fotoelektrickém jevu foton
 - získá energii interakcí s elektronem;
 - předá veškerou svou energii elektronu;
 - předá část své energie elektronu; část, kterou si ponechá, nazýváme výstupní práce;
 - interaguje s elektronem a rozptyluje se.
- Výstupní práce pro fotoefekt u draslíku je $A_v(\text{K}) = 2,24 \text{ eV}$, u mědi $A_v(\text{Cu}) = 4,50 \text{ eV}$. Pro mezní vlnové délky těchto prvků platí:
 - $\lambda_m(\text{K}) > \lambda_m(\text{Cu})$
 - $\lambda_m(\text{K}) < \lambda_m(\text{Cu})$
 - $\lambda_m(\text{K}) = \lambda_m(\text{Cu})$
 - λ_m nezávisí na A_v

Úlohy

- Vnější fotoelektrický jev nastane u niklové destičky při nejdelší vlnové délce záření 247,5 nm. Určete výstupní práci niklu.
- Určete mezní vlnovou délku pro vznik fotoefektu u zinku (výstupní práce elektronů ze zinku $A_v = 4 \text{ eV}$). Může nastat fotoelektrický jev při dopadu viditelného světla na zinek? Nejkratší vlnová délka viditelného světla je 390 nm.
- Foton rentgenového záření s vlnovou délkou $\lambda = 1 \text{ nm}$ po dopadu na atom stříbra excituje fotoelektron, který se pak z atomu stříbra uvolní. Určete, jakou rychlostí v se bude uvolněný elektron pohybovat. Výstupní práce stříbra je 4,7 eV.

Řešení

- d); 2. b); 3. a); 4. $A_v(\text{Ni}) = 8 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 5 \text{ eV}$;
- $\lambda_m = 310 \text{ nm}$; fotoefekt nenastane, protože $\lambda_m < 390 \text{ nm}$;
- $v = 2 \cdot 10^{-7} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: KVANTOVÁ OPTIKA

19. Comptonův jev

Příklad

Foton RTG záření, kterému přísluší vlnová délka $\lambda = 10^{-10}$ m, dopadne na slabě vázaný elektron atomu lehkého prvku a odchýlí se od svého původního směru o úhel $\vartheta = 90^\circ$. Vypočítejte, jakou energii získal elektron při této srážce a v jakém směru se bude po srážce pohybovat.

Řešení

$$\lambda = 10^{-10} \text{ m}$$

$$\vartheta = 90^\circ$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

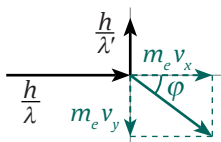
$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$E_e = ?, \varphi = ?$$

Ze vztahu pro Comptonův jev $\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \vartheta)$, nejprve vypočteme vlnovou délku λ' rozptýleného fotonu – pro $\cos 90^\circ = 0$ a dalším vyčíslením je $\lambda' = 1,0243 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Energie předaná elektronu $E_e = E - E' = h \frac{c}{\lambda} - h \frac{c}{\lambda'} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = 4,7 \cdot 10^{-17} \text{ J} = \underline{294 \text{ eV}}$.

Směr elektronu určíme ze zákona zachování hybnosti. Ve směru osy x předal foton hybnost elektronu a platí: $\frac{h}{\lambda} = m_e v_x$. Ve směru osy y byla hybnost před srážkou nulová, po srážce platí: $\frac{h}{\lambda'} = m_e v_y$. Úhel (viz obr.): $\tan \varphi = \frac{v_y}{v_x} = \frac{\lambda}{\lambda'} = 0,976 \Rightarrow \varphi = \underline{44^\circ 18'}$.

Závěr: Elektron získal od fotonu energii přibližně 294 eV a po srážce se bude pohybovat pod úhlem $\varphi = 44^\circ 18'$ vzhledem k původnímu směru fotonu.



Otázky

- Compton našel rozptýlené RTG záření se zvětšenou i původní vlnovou délkou. Odkud pochází záření s původní vlnovou délkou?

Test

- Comptonův jev spočívá v rozptylu fotonu ionizujícího záření
 - na poruchách krystalové mřížky kovu;
 - na jádře;
 - na protonu v jádře;
 - na elektronu v elektronovém obalu.
- Po Comptonově jevu má foton
 - vyšší energii než před rozptylem;
 - nižší energii než před rozptylem;
 - nižší energii než elektron;
 - nenastává žádná změna energie.
- Comptonův jev prokázal, že foton
 - má energii a také hybnost;
 - má energii, ale nemá hybnost;
 - při srážce ztratí energii a získá hybnost;
 - s nulovou energií nemá žádnou hybnost.

Úlohy

- Při Comptonově rozptylu má dopadající foton frekvenci $1,5 \cdot 10^{19} \text{ Hz}$, foton po rozptylu má frekvenci $1,1 \cdot 10^{19} \text{ Hz}$. Jakou energii získal elektron při srážce s tímto fotonem?
- Na elektron slabě vázaný v uhlíkovém terčíku dopadne foton rentgenova záření a odchýlí se pod pravým úhlem. Vypočítejte změnu vlnové délky.
- Fotony RTG paprsků se rozptylují na volných elektronech. Paprsky rozptýlené pod úhlem 45° mají vlnovou délku $\lambda' = 2,2 \cdot 10^{-12} \text{ m}$. Jaká je vlnová délka λ dopadajícího RTG záření?

Řešení

- Při Comptonově jevu se foton může „srazit“ také s atomovým jádrem, které má mnohem větší hmotnost než elektron; případ je podobný pružnému rázu dvou koulí z nichž jedna má mnohem větší hmotnost. **2.** d); **3.** b); **4.** a); **5.** $1,65 \cdot 10^4 \text{ eV}$ **6.** $\Delta \lambda = 2,43 \text{ pm}$; **7.** $\lambda = 1,5 \cdot 10^{-12} \text{ m}$.

Název projektu: Za hranice všednosti	Autor: RNDr. Tomáš Mikulénka
Reg. číslo: CZ.1.07/1.5.00/34.0377	Ročník: Septima, 3. r., volitelný př.
Škola: GYMNAZIUM KROMĚŘÍŽ	Tematický okruh: KVANTOVÁ OPTIKA

20. Dualismus vln a částic

Příklad

Určete vlnovou délku de Broglieovy vlny elektronu urychleného v elektrickém poli napětím 150 V. Planckova konstanta $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s, hmotnost elektronu $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg a jeho náboj $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Řešení

$$\begin{aligned} U &= 150 \text{ V} \\ h &= 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \\ m_e &= 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\ e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ \lambda &= ? \end{aligned}$$

Elektron je v elektrickém poli urychlen prací ($W = eU$) elektrických sil a tím získá kinetickou energii: $\frac{1}{2} m_e v^2 = eU$, odkud rychlost elektronu je $v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$.

Dosažením této rychlosti do vztahu pro vlnovou délku de Broglieovy vlny máme:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{m_e \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}} = \frac{h}{\sqrt{2e m_e U}} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 150}} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Závěr: Vlnová délka de Broglieovy vlny elektronu urychleného v elektrickém poli napětím 150 V je $1 \cdot 10^{-10}$ m.

Otázky

1. Vysvětlete, jak se při pokusu, při němž pozorujeme interferenci elektronů procházejících dvěma rovnoběžnými štěrbinami, projevují vlnové vlastnosti elektronů a jak částicové.
2. Vysvětlete, jak se při pokusu, při kterém pozorujeme Comptonův efekt, projevují částicové vlastnosti fotonů a jak vlastnosti vlnové.

5. Vypočítejte de Broglieho vlnovou délku, která přísluší pohybu α -částice rychlostí o velikosti $5000 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$.
6. Vypočítejte de Broglieho vlnovou délku, která přísluší pohybu molekul kyslíku při teplotě 27°C (při střední kvadratické rychlosti).

Řešení

1. Vlnové vlastnosti se projevují vznikem interferenčního obrazu, částicové tím, že každý elektron vyvolá bodové zčernání. 2. Částicové vlastnosti se projevují při vlastní srážce fotonu s elektronem, kdy platí zákony zachování energie a hybnosti jako při srážce dvou částic; vlnové vlastnosti se projevují při určování vlnové délky rozptýleného fotonu, která se měří pomocí interference rozptýleného záření na mřížce. 3. $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{E} = 2,5 \cdot 10^{-17} \text{ m}$; 4. $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{M_r m_u v} = 3,4 \cdot 10^{-11} \text{ m}$; 5. $\lambda = 2 \cdot 10^{-14} \text{ m}$; 6. $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$, $m_0 = M_r m_u$, po dosažení je $\lambda = \frac{h}{\sqrt{3kT M_r m_u}} = 2,6 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

Úlohy

3. V nejvýkonnějších urychlovačích současnosti získávají elektrony energii 50 GeV. Jaká je de Broglieho vlnová délka takového elektronu? ($1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$)
4. Určete vlnovou délku de Broglieovy vlny molekuly dusíku, která se pohybuje rychlostí $420 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Relativní atomová hmotnost dusíku je 14, atomová hmotnostní konstanta $m_u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.