Je čas přistoupit k opakování dalších matematických pojmů. Před příklady najdete jednoduché vysvětlení k řešení. K řešení připojuji výsledky. V případě neporozumění mě kontaktujte.
V dalším týdnu přidám užití uvedených vlastností v testu s příklady, které souvisí s maturitní zkouškou ve společné části.
Pěkné matematické chvilky přeje Vašíčková.

Základní vlastnosti funkcí

Funkce na množině $D \subset \boldsymbol{R}$ je předpis, který každému číslu z množiny D přiřazuje právě jedno reálné číslo.

Argument funkce = nezávislá proměnná

Obvykle označovaný jako x, je to prvek množiny D. Jinak řečeno: vstupní hodnota funkce. Nezávislost je dána tím, že její hodnotu můžeme libovolně měnit (v rámci množiny D).

Funkční hodnota = závislá proměnná

Je číslo, které funkce přiřadí konkrétnímu argumentu. Jinak řečeno: výstupní hodnota funkce.

$$f: y = f(x)$$

$$Funkce\ f\ je\ množina\ uspořádaných\ dvojic\ [x; y]; kde\ každému\ x \in D\ je\ přiřezano\ právě\ jedno\ y \in R.$$

Příklad:

1. Vypočítejte hodnoty funkce $f: y = 2x^2 - 3x; x \in R$ v bodech $-4;\ 0;\ \sqrt{7}$.

$f(-4) =$

……………………………

……………………………

2. Je dána funkce $h: y = x^2 - 4$. Vypočtěte $h(-1); h(2); h(\frac{1}{2})$.

……………………………

……………………………

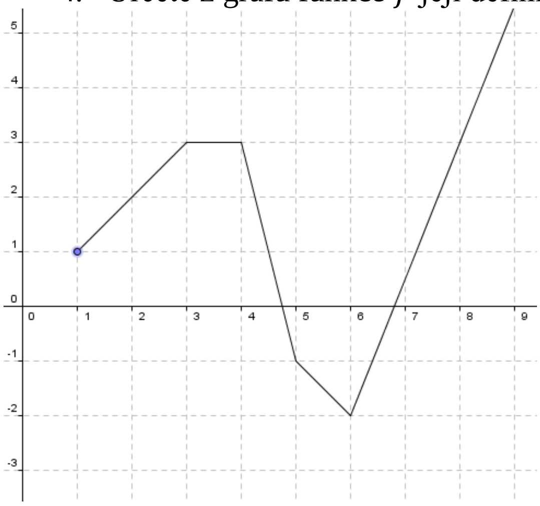
3. Je dána funkce $g: y = 2x - 1$. Vypočtěte $g[g(-1)]$.

………………………………………………………………………………………

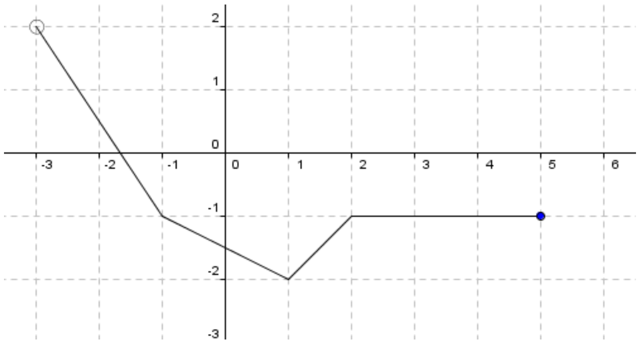
Definiční obor

je množina všech přípustných hodnot x, které když dosadíme do funkce f, tak získáme platný výraz - $D(f)$.

4. Určete z grafu funkce f její definiční obor:



$D(f) = \langle 1; \infty)$



$D(f) = $ ....

$$y = \frac{V(x)}{W(x)} \Rightarrow \boldsymbol{W(x) \neq 0}$$
$$y = \sqrt{W(x)} \Rightarrow \boldsymbol{W(x) \geq 0}$$
$$y = \log_z W(x) \Rightarrow \boldsymbol{W(x) > 0}$$

5. Vypočítejte definiční obor funkce f:

a) $y = \frac{x}{x-2}$; ....

b) $y = \frac{2x}{x^2-3x-4}$; ....

c) $y = \frac{3+x}{|x+3|-2}$; ....

d) $y = \sqrt{2x+5}$; ....

e) $y = \sqrt{2-x-x^2}$; ....

f) $y = \sqrt{\frac{2x-1}{3x+5}}$; ....

g) $y = \frac{3}{\sqrt{2x-7}}$; ....

h) $y = \sqrt{|5-x|-3}$; ....

i) $y = \frac{3}{2-3x} + \frac{4}{3-5x}$; ....

j) $y = \sqrt{5-x} + \sqrt{2x-1}$; ....

k) $y = \frac{1}{\sqrt{5x^2-x-6}}$; ....

Obor hodnot funkce $\boldsymbol{f}$ … $\boldsymbol{H(f)}$

je množina všech $y \in R$, ke kterým existuje aspoň jedno x z definičního oboru funkce f tak, že $y = f(x)$.

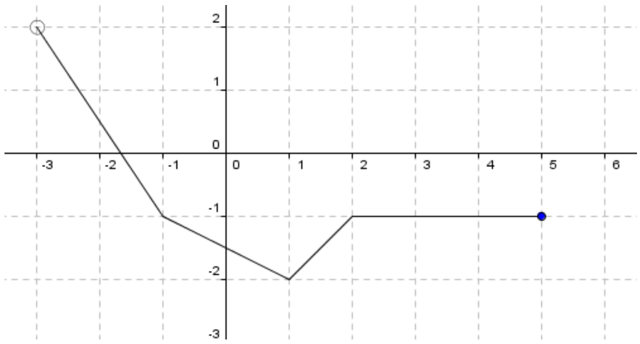
6. Která z čísel $-4; 0; 1{,}8$ nepatří do oboru hodnot funkce $f: y = \frac{2}{x^2-1}$?

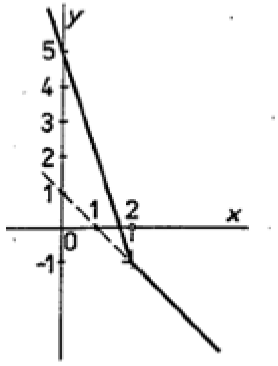
$$-4 = \frac{2}{x^2-1} \Rightarrow -4x^2 + 4 = 2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}$$

…………………………………

………………………………..

7. Zapište pomocí intervalu obor hodnot funkce na obrázku:





$H(f) = \langle -2; 2)$

$H(f) =$……………

$$y = f(x)$$

$f(x) = f(-x)$…funkce f je sudá
$f(x) = -f(-x)$…funkce f je lichá

8. Rozhodněte o sudosti nebo lichosti funkcí:

$$f: y = 3 + x^2$$

$$f(x) = 3 + x^2; f(-x) = 3 + (-x)^2 = 3 + x^2 \ldots sudá$$

$$f: y = \frac{5x}{x^2+1}$$

……………………………………………………………………………………

1. $\left[44; 0; 14 - 3\sqrt{7}\right]$
2. $[\langle 1; \infty); (-3; 5\rangle]$
3. $\left[-3; 0; -\frac{15}{4}\right]$
4. $[-7]$
5. $\left[x \neq 2; x \neq 4; -1; x \neq -5; -1; x \geq -\frac{5}{2}; x \in \langle -2; 1\rangle; x \in \left(-\infty; -\frac{5}{3}\right) \cup \left\langle\frac{1}{2}; \infty\right); x > \frac{7}{2}; x \in (-\infty; 2\rangle \cup \langle 8; \infty); R - \left\{\frac{2}{3}; \frac{3}{5}\right\}; x \in \langle\frac{1}{2}; 5\rangle; x \in (-\infty; -1) \cup (\frac{6}{5}; \infty)\right]$
6. $[0]$
7. $[\langle -2; 2); R]$
8. $[sudá, lichá]$