Úloha 01 O každé z následujících úprav rovnic (1.–4.) rozhodněte, zda je ekvivalentní (ANO), či nikoli (NE).

1. Prohození obou stran rovnice a následné vynásobení obou stran rovnice číslem -5. ANO ☐ NE ☐
2. Umocnění obou stran rovnice na druhou a přičtení čísla 2 k oběma stranám. ANO ☐ NE ☐
3. Vydělení obou stran rovnice výrazem, který by mohl být nulový. ANO ☐ NE ☐
4. Odečtení od obou stran rovnice výrazu s neznámou. ANO ☐ NE ☐

Úloha 02 Je dána rovnice $1-5\cdot[7+2\cdot(3x-1)]=-6\cdot(4+5x)$ s neznámou $x\in\mathbf{R}$. Určete všechna řešení rovnice.

Úloha 03 Je dána nerovnice $-\frac{3}{2}\cdot(x-1)<16-2\cdot\left(3-\frac{x}{2}\right)$ s neznámou $x\in\mathbf{R}$. Které z následujících tvrzení o řešení nerovnice je **nepravdivé**?

A) Nerovnice má v oboru přirozených čísel nekonečně mnoho řešení.

B) Racionální číslo $x=-\frac{4}{3}$ je řešením nerovnice.

C) Nerovnice má právě 3 záporná celočíselná řešení.

D) Řešením nerovnice je interval $\left\langle -\frac{17}{2};\infty\right)$.

E) Všechna řešení nerovnice leží v intervalu $\langle -4;\infty)$.

Úloha 04 Pro $x\neq\pm\frac{1}{3}$ jsou dány lomené výrazy $M=\frac{1}{3x+1}$; $N=\frac{6}{3x-1}$. Určete, pro které hodnoty proměnné platí, že $M-N$ je rovno $M\cdot N$.

Úloha 05 Je dána nerovnice $\frac{1}{3}\cdot(4x+1)-\frac{1}{4}\cdot(x+6)\leq 1$ s neznámou $x\in\mathbf{R}$. Určete, která přirozená čísla z intervalu $\langle 1;5)$ **nevyhovují** řešení nerovnice. Výsledek zapište jako množinu.

Úloha 06 Je dána rovnice $\frac{5x}{x-5}-\frac{x+5}{x}+\frac{5}{5x-x^2}=4$ s neznámou $x\in\mathbf{R}$.

1. Zapište její definiční obor.
2. Určete všechna řešení rovnice.
3. Proveďte zkoušku rovnice.

Úloha 07 Najděte všechna $x\in\mathbf{R}$, pro která mají výrazy $V_1(x)=\frac{x^2-20}{x^2-16}$ a $V_2(x)=\frac{4}{x-4}-\frac{1}{x+4}$ stejnou hodnotu.

Které z následujících tvrzení o řešení úlohy **je** pravdivé?

A) Podmínce úlohy nevyhovuje žádné $x\in\mathbf{R}$.
B) Podmínce úlohy vyhovují všechna reálná čísla x, pro která platí $x\neq\pm 4$.
C) Podmínce úlohy vyhovuje právě jedno reálné číslo.
D) Podmínce úlohy vyhovují 2 kladná reálná čísla.
E) Podmínce úlohy vyhovuje 1 kladné a 1 záporné reálné číslo.

Úloha 08 Rozhodněte, zda je pro přípustné hodnoty proměnných v úlohách (1.–4.) ze vzorce správně odvozena neznámá a (ANO), či nikoli (NE).

1. $V=2\cdot(ab+bc+ac)$ $\quad a=\frac{\frac{V}{2}-bc}{b+c}$ ANO ☐ NE ☐
2. $\frac{1}{a}=\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ $\quad a=\frac{bc}{b+c}$ ANO ☐ NE ☐
3. $b=c+2\cdot\frac{ad}{3}$ $\quad a=\frac{3b-c}{2d}$ ANO ☐ NE ☐
4. $a\geq 1: b=\frac{\sqrt{a^2-1}}{4}$ $\quad a=\sqrt{16b^2+1}$ ANO ☐ NE ☐

Úloha 09 Za 13 kg prášků bylo celkem utraceno 1 280 korun. Přitom $\frac{1}{4}$ kg pracího prášku Perex stojí 20 korun a 0,5 kg prášku Nerex stojí 60 korun. Užitím rovnice, nebo soustavy rovnic určete, kolik kilogramů prášku Perex a Nerex bylo nakoupeno. Zapište celý postup řešení.

Úloha 10 Hrubá mzda brigádníka firmy je tvořena z pevné složky 80 korun na hodinu a z nenulové pohyblivé složky, která tvoří až 80 % pevné části. Vypočtěte, v jakém rozpětí se může pohybovat čistá mzda brigádníka, odpracuje-li 160 hodin a mzda se daní pěti procenty. Výsledek v celých korunách zapište intervalem.

Úloha 11 Původní rozměry pozemku tvaru obdélníku s obvodem 800 metrů se vlivem stavebních úprav rozšířily. Jeden rozměr se zvětšil o $\frac{1}{4}$ a druhý se zvětšil o $\frac{1}{2}$ své původní délky. Obvod tak celkem vzrostl o 32,5 %.

Určete **v arech** původní výměru pozemku.

Úloha 12 Určete nejmenší celé číslo, které je třeba přičíst k čitateli zlomku $\frac{7}{8}$ a od jmenovatele téhož zlomku odečíst, abychom získali zlomek větší než 3.

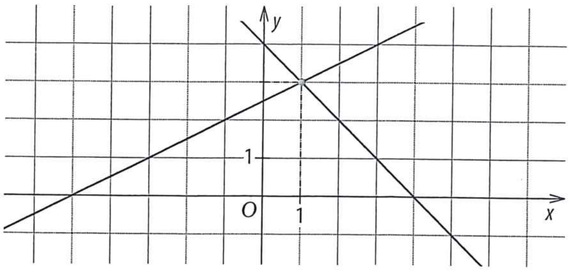
Úloha 13 Je dána rovnice $x^2+5x+m^2+2m-3=0$ s neznámou $x \in \mathbf{R}$ a reálným parametrem m. Rovnice má právě jeden kořen nulový pro hodnoty parametru m_1 a m_2. Jejich součet m_1+m_2 je roven číslu:

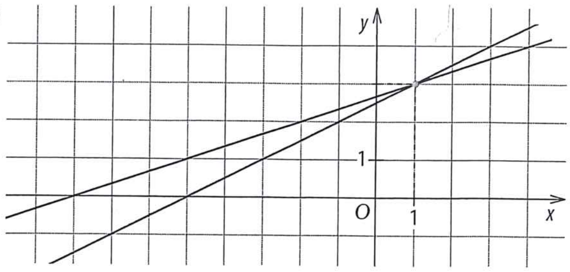
A) -2 B) 2 C) 3 D) -3 E) jiná hodnota

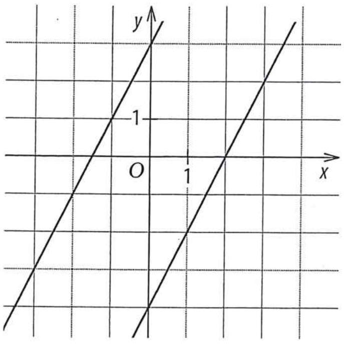
Úloha 14 Ve tvaru $x^2+bx+c=0$ zapište kvadratickou rovnici s neznámou $x \in \mathbf{R}$ a reálnými parametry b, c, jejíž kořeny jsou čísla $x_1=2+\sqrt{3}$; $x_2=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$.

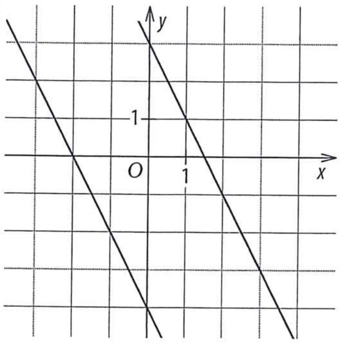
Úloha 15 Ke každé soustavě rovnic (1.–3.) přiřaďte její grafické řešení (A–E).

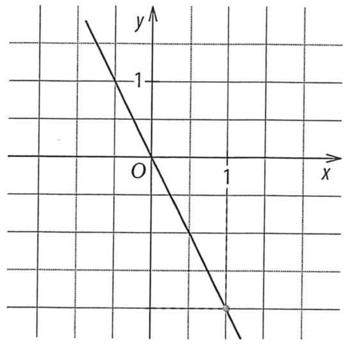
1. $2x-y=4$
   $6x-3y=-9$
2. $(x+5)\cdot(y-2)=(x+2)\cdot(y-1)$
   $(x-1)\cdot(y-2)=(x+1)\cdot(y-3)$
3. $\dfrac{x+1}{2}+\dfrac{y-2}{4}=0$
   $\dfrac{4x-3}{4}+\dfrac{y+1}{2}=-\dfrac{1}{4}$

A)


B)


C)


D)


E)


Úloha 16 Je dána nerovnice $\dfrac{xy}{2} \leq (x+2)^2-2x^2+y$ s neznámou $x, y \in \mathbf{R}$. Určete, jakých hodnot nabývá neznámá x, je-li $y=-4$.

Úloha 17 Vnuk s dědečkem mají vysázet les. Pokud by les vysazoval sám vnuk, výsadba by mu trvala o 4 dny kratší dobu než samotnému dědečkovi. Kdyby ale pracovali společně, byli by hotovi za 1,5 dne. Vypočtěte, kolik hodin by trvala práce samotnému vnukovi, pokud každý den pracuje 8 hodin.

Úloha 18 Je dána rovnice $(4x+x^2)\cdot(x^3+x^2-4x-4)\cdot(x^2+4)=0$ s neznámou $x \in \mathbf{R}$. Určete množinu všech řešení rovnice.

Úloha 19 Jsou dány rovnice s neznámou $x \in \mathbf{R}$. Ke každé rovnici (1.–4.) přiřaďte odpovídající množinu všech řešení (A–F).

1. $\dfrac{x^2+4}{2+x}=0$
2. $2x^2-4x=0$
3. $\dfrac{2x+x^2}{x^3+1}=0$
4. $(x+2)\cdot x = x\cdot(x-2)$

A) $\emptyset$
B) $\{0\}$
C) $\{-2\}$
D) $\{2\}$
E) $\{-2; 0\}$
F) $\{0; 2\}$

Úloha 20 Tětiva AB kružnice k má od středu kružnice vzdálenost 8 cm a je o 2 cm delší, než je poloměr kružnice. Které z tvrzení o kružnici k (A–E) je pravdivé?

A) Poloměr kružnice je 0,5 dm.
B) Průměr kružnice je 20 mm.
C) Délka tětivy AB je 22 cm.
D) Obvod kružnice je 20π cm.
E) Obsah kruhu vymezeného kružnicí k je 400π cm^2.