

- 1 Je dána lineární rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$. Tato rovnice má právě jeden kořen 0,2.

Pravá strana rovnice je rovna 22; levá strana rovnice má tvar $\frac{a \cdot (x-1)}{3} + a$, kde a je reálné číslo.

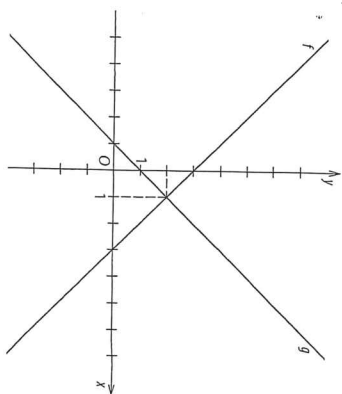
Určete číslo a .

- 2 Na obrázku jsou znázorněny grafy funkcí f, g ,

přičemž pro nerovnici $L(x) < P(x)$ platí

$$L(x) = f(x), P(x) = g(x), \text{ kde } x \in \mathbb{R}.$$

Vyznačte na ose x v obrázku množinu všech řešení dané nerovnice a zapište ji jako interval.



- 3 V oboru přirozených čísel řešte nerovnici s neznámou n :

$$\frac{n}{2} - \frac{n}{3} < \frac{1}{2} \cdot \left(n - \frac{n}{3}\right)$$

- 4 Která z následujících hodnot není kořenem rovnice $x^4 + 2x^3 - x^2 + 2 = 2 \cdot (x+1)$ s neznámou $x \in \mathbb{R}$?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

- 5 Pro kladné veličiny W, J, ω_1, ω_2 takové, že $\omega_1 \neq \omega_2$, platí $W = \frac{J\omega_1^2}{2} - \frac{J\omega_2^2}{2}$.

Z uvedeného vztahu vypočítejte veličinu J .

- 6 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (6.1–6.4) o rovnících nebo nerovnicích s neznámou $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$, zda je pro přípustné hodnoty neznámé x pravdivé (A), či nikoli (N).

- 6.1 Rovnici $\frac{x}{2} + 7x = 7$ lze ekvivalentními úpravami převést na rovnici $50x = 49$.

A N

- 6.2 Rovnici $\frac{(x-2)^2}{x^2-4} + 2 = x$ lze ekvivalentními úpravami převést na rovnici $x-2 = x^2-4$.

A N

- 6.3 Nerovnici $\frac{2-x}{3} < -5$ lze ekvivalentními úpravami převést na nerovnici $x-2 > 15$.

A N

- 6.4 Nerovnici $\frac{2}{3x} < 1$ lze ekvivalentními úpravami převést na nerovnici $\frac{2}{3} < x$.

A N

- 25 Je dána rovnice $px^2 - 10x + 9 = 0$ s neznámou $x \in \mathbb{R}$.

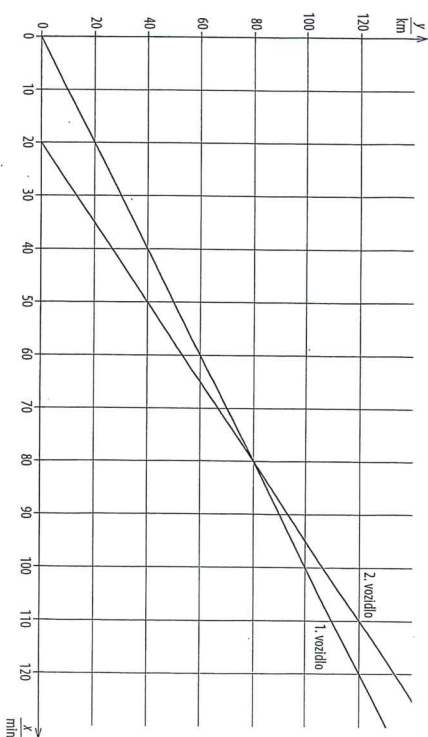
Určete všechny hodnoty parametru $p \in \mathbb{R}$, pro které nemá daná rovnice žádné řešení.

- 26 Pro které hodnoty parametru $m \in \mathbb{R}$ má rovnice $mx^2 + m = 0$ alespoň jedno reálné řešení?

- A) Pro žádnou hodnotu.
B) Pro nulovou hodnotu.
C) Pro každou kladnou hodnotu.
D) Pro každou zápornou hodnotu.
E) Pro každou reálnou hodnotu.

- 7 V kartézské soustavě souřadnic je znázorněna závislost vzdálenosti (v km), kterou ujela dvě různá vozidla,

na čase (t min). Obě vozidla vyjela ze stejného místa a jela po stejné trase, přičemž druhé vozidlo vyjelo později než první vozidlo (čas druhého vozidla se tedy počítá od okamžiku jeho výjezdu).



Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (7.1–7.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- 7.1 První vozidlo mělo o 20 km $\cdot$ h⁻¹ větší průměrnou rychlost než druhé vozidlo.

A N

- 7.2 Čas, za který první vozidlo urazilo 80 km, je shodný s časem, za který stejnou vzdálenost urazilo druhé vozidlo.

A N

- 7.3 Po půl hodině od výjezdu druhého vozidla byla od sebe vozidla vzdálena více než 10 km.

A N

- 7.4 První příležitost pro předjetí nastala po hodině od výjezdu druhého vozidla.

A N

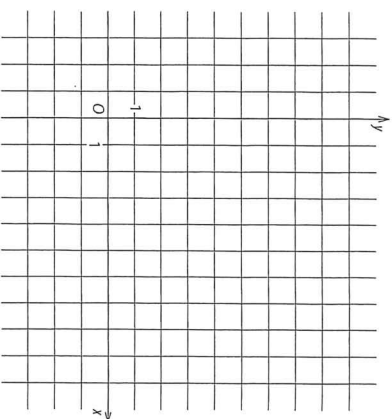
- 8 V městských lázních zaplatí každý návštěvník 100 Kč za 90 minut. S městskou kartou zaplatí návštěvník za stejný čas pouze 50 Kč. Cena městské karty je 300 Kč. Martin s Emilem chodí vždy plavat společně a každá jejich návštěva trvá právě 90 minut. Jiný plavect nechtě. Martin si zakoupil městskou kartu, Emil si kartu nezkoupil. Martin svoji městskou kartu využil při každé své návštěvě. Když šli naposledy z městských lázní, zjistili, že oba utratili za návštěvy městských lázní stejně, přičemž Martin do útraty započítal i celou cenu karty.

- 8.1 Řešte graficky a určete, kolik hodin strávil každý z chlapců v městských lázních do doby, kdy zjistili, že zaplatili stejně.

- 8.2 Určete, při kolikáté (nejnižší možné) návštěvě Martina a Emila v městských lázních zaplatil Martin celkově méně Kč než Emil.

- 9 Řešte graficky soustavu rovnic s neznámými $x, y \in \mathbb{R}$, zapíšte hodnoty x, y a pro nalezená řešení proveďte zkoušku.

$$\begin{aligned} x + y &= 7 \\ x - y &= 1 \end{aligned}$$



10. Přidávejte ke každé rovnici (10.1–10.4) s reálnou neznámou $x \neq \pm 1$ pravdivé tvrzení (A–F).

- 10.1 $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-1} = 0$ ☐
- 10.2 $\frac{2}{x+1} + \frac{x}{x-1} = \frac{2x}{x^2-1}$ ☐
- 10.3 $\frac{2}{x+1} - \frac{x}{x-1} = 0$ ☐
- 10.4 $\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-1} = 1$ ☐

- A) Množina všech řešení rovnice je prázdná.
 B) Množina všech řešení rovnice je jednoprvková, přičemž kořen rovnice je kladný.
 C) Množina všech řešení rovnice je jednoprvková, přičemž kořen rovnice je záporný.
 D) Množina všech řešení rovnice je dvouprvková, přičemž součin obou kořenů je záporný.
 E) Množina všech řešení rovnice je dvouprvková, přičemž součin obou kořenů je roven 0.
 F) Množina všech řešení rovnice má nekonečně mnoho prvků.

11. Která z následujících množin je (maximálním) definičním oborem výrazu $\sqrt{\frac{x^2+10x}{x^2}}$, kde $x \in \mathbb{R}$?

- A) $(-10; +\infty)$
 B) $(0; +\infty)$
 C) $(-\infty; -10) \cup (0; +\infty)$
 D) $(-\infty; +\infty)$
 E) jiná množina

12. Je dán výraz $\frac{x^3-7x^2+2x-14}{x^2-5x-14}$.

- 12.1 Určete definiční obor výrazu.
 12.2 Určete všechny hodnoty reálné proměnné x , pro které tento výraz nabývá hodnoty 1.

13. Jsou dány výrazy $A(x) = \frac{2x+1}{x^2+4x}$, $B(x) = \frac{2}{x+4}$ s reálnou proměnnou x .

- 13.1 Řešte v $\mathbb{R}$ nerovnici $A(x) < B(x)$.
 13.2 Určete všechna celá čísla $x \geq -5$, pro která platí $A(x) < B(x)$.

14. Pro kterou z následujících nerovnic s reálnou neznámou x je interval $K = (-2; \frac{1}{3})$ množinou všech řešení?

- A) $\frac{(3x+1) \cdot (x^2-4)}{(9x^2-1) \cdot (x-2)} \leq 0$
 B) $\frac{(x+2)^2}{(3x-1)^2} \leq 0$
 C) $\frac{x+2}{3x-1} \leq 0$
 D) $\frac{3x-1}{x+2} \leq 0$
 E) $(3x-1) \cdot (x+2) \leq 0$

15. Štěpán s mladším bratrem Kájou společně běhali po uzavřeném okruhu kolem zahrady. Oba vyběhli ve stejném okamžiku ze stejného místa a přestali běhat, když oba zároveň dorazili do místa svého startu. Přitom Štěpán oběhl zahradu třikrát. Když Kájovi chybělo k tomu, aby se poprvé dostal do výchozího bodu, ještě 100 metrů, běžel Štěpán kolem zahrady již podruhé a právě probíhal týž místem, v němž byl Kája. Předpokládejme, že oba chlapci běželi stálou rychlostí. Vypočítejte v metrech délku okruhu.

16. Cena 1 kg hrušek je o 7 Kč vyšší než cena 1 kg jablek. Prodávač prodal o 2 kg jablek více než hrušek. Za hrušky i za jablka utržil shodné částky, a to 420 Kč.

- 16.1 Vypočítejte, kolik Kč stál 1 kg hrušek.
 16.2 Určete, kolik kg jablek prodávač prodal.

17. Prázdná nádrž byla napouštěna vodou dvěma přítoky. Prvních 5 hodin byl otevřen pouze první přítok, kterým se za tuto dobu naplnila právě čtvrtina nádrže. Poté byl navíc otevřen ještě druhý přítok. Tak se oběma otevřenými přítoky za dalších 9 hodin zcela naplnil zbytek nádrže. Vypočítejte, za kolik hodin by se prázdná nádrž zcela naplnila pouze druhým přítokem.

18. Obdélník má obsah 21 ha. Jestliže se jedna jeho strana zvětší o 300 m a druhá strana se zmenší na polovinu, obsah obdélníku se nezmění. Jaký je rozdíl délek delší a kratší strany původního obdélníku (v tomto pořadí)?

- A) Nejvýše 200 m.
 B) Více než 200 m a nejvýše 400 m.
 C) Více než 400 m a nejvýše 600 m.
 D) Více než 600 m a nejvýše 800 m.
 E) Více než 800 m.

19. Je dána soustava dvou rovnic o dvou neznámých $a, b \in \mathbb{R}$:

$$3a + 5b = 29$$

$$5a - 3b = 20$$

Jakou hodnotu má součet $a + b$, kde $[a; b]$ je řešením dané soustavy rovnic?

- A) 3
 B) 5,5
 C) 8
 D) 21
 E) jinou hodnotu

20. Pro $x \in \mathbb{R}$ jsou dány rovnice $4x^2 - 100 = 0$ a $4x^2 - 20x = 0$. Určete všechna $x \in \mathbb{R}$, která jsou kořeny právě jedné z daných rovnic.

21. Pro $x \in \mathbb{R}$ jsou dány rovnice $4x^2 - 20x + 25 = 0$ a $4x^2 - 20x + 16 = 0$. Určete součin všech čísel, která jsou kořeny alespoň jedné z daných rovnic.

22. Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (22.1–22.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- 22.1 Rovnice $5x^2 - x = 0$ má dva různé reálné kořeny, jedná se o čísla navzájem opačná.
 22.2 Kvadratická rovnice bez absolutního členu má vždy alespoň jedno řešení.
 22.3 Ryze kvadratická rovnice má vždy jeden dvojnásobný kořen.
 22.4 Kvadratická rovnice se záporným diskriminantem má alespoň jeden záporný kořen.

A ☐ N ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐

23. Je dána kvadratická rovnice $x^2 + 5x + q = 0$ s neznámou $x \in \mathbb{R}$.

- 23.1 Určete, pro která $q \in \mathbb{R}$ má daná rovnice právě jeden dvojnásobný kořen.
 23.2 Za předpokladu, že rovnice má dvojnásobný kořen, určete tento kořen a proveďte zkoušku.

24. Je dána rovnice $x^2 + mx + 12 = 0$ s neznámou x a parametrem m , jejíž kořeny nabývají pouze celočíselných hodnot. Kolik existuje různých celočíselných hodnot parametru m ?

- A) Nejvýše 1.
 B) Více než 1 a méně než 4.
 C) Více než 3 a méně než 6.
 D) Více než 5 a méně než 8.
 E) Více než 7.