Exponenciální rovnice *(Sbírka Janečka 143 – 145)*

- porovnání základů
- vytýkání
- substituce
- logaritmování

Řešte v *R* exponenciální rovnice:

1. Porovnání základů

a) $2^x = 64$ $\qquad P = R$

$2^x = 2^6$

$x = 6$ $\qquad K = \{6\}$

b) $4^x = \frac{1}{64}$

c) $10^x = 0{,}01$

d) $\left(\frac{1}{7}\right)^x = \frac{1}{343}$

e) $0{,}1^x = 0{,}0001$

f) $4^{3x-2} = 256$

g) $\left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{256}{81}$

h) $2^{-x} = \frac{1}{8}$

i) $\left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{5}{3}\right)^3$

j) $\left(\frac{4}{9}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^8$

k) $2^{x^2-5x+6} = 1$

l) $5^{3x-x^2} = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

m) $8^{x^2+6x+5} = \sqrt{8}$

n) $2^{3x} \cdot 4^{3x-3} = 8^{2x-1}$

o) $2^{3x+1} \cdot 2^{2x+3} = 2^{5x+1} \cdot 2^{x+2}$

p) $\sqrt{3^x} \cdot (3^{x-1})^{x+1} = \frac{1}{\sqrt[4]{9^{x-2}}}$

q) $4 \cdot \sqrt{2^{5-7x}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4^{3-2x}}$

r) $27 = \frac{3^{2x} . 9^{x-1}}{3^{x+1} . 3^{2x}}$

s) $3^3 \cdot 27^{2x-3} = 81^{3x-5}$

t) $0{,}25^{2-x} = 256 \cdot 2^{-x-3}$

u) $2^{3x-1} \cdot 4 = 8^{x+1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$

v) $10^{x^2+2x+4} = 1000^{3x-2}$

w) $\sqrt[2x+3]{4^{3-x}} = 256$

x) $\sqrt[x+2]{27} = \sqrt[x+1]{9}$

y) $\sqrt[3]{2^{2x-3}} = \sqrt[7]{0{,}5^{3-x}}$

z) $\sqrt[x-1]{\sqrt[3]{2^{3x-1}}} = \sqrt[3x-7]{8^{x-3}}$

aa) $\frac{1}{3^x} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{27^{3-3x}} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{x+3}$

2. Vytýkání

a) $3^{2x-1} + 3^{2x-2} - 3^{2x-4} = 315$ $\qquad P = R$

$$3^{2x}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{81}\right) = 315$$

$$3^{2x} \cdot \frac{27 + 9 - 1}{81} = 315$$

$$3^{2x} \cdot \frac{35}{81} = 315$$

$$3^{2x} = \frac{315 \cdot 81}{35}$$

$3^{2x} = 9 \cdot 81$
$3^{2x} = 3^6$
$x = 3$ $\qquad K = \{3\}$

b) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 448$
c) $4 \cdot 3^{x+1} - 72 = 3^{x+2} + 3^{x-1}$
d) $9^{x+2} + 5 \cdot 9^{x+1} = 14$
e) $6 \cdot 7^{x+3} - 7^{x+2} = 41$
f) $3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 13$
g) $3^x + 3^{x+1} = 108$
h) $7 \cdot 4^{-x+2} = 3 \cdot 4^{-x+3} - 5$
i) $5^{x+1} + 5^{x+2} = 30$
j) $3^{5x-4} + 3^{5x} = 82$
k) $3^{x+1} + 4 \cdot 3^{x+1} + 5 \cdot 3^{x+2} = 405 \cdot 2^{x-1}$
l) $2^{x-1} + 2^{x-2} = 5^{x-3} + 2^{x-3}$

3. Substituce

a) $4^{2x} - 2 \cdot 4^x - 8 = 0$ $\qquad P = R$
$a = 4^x$
$a^2 - 2a - 8 = 0$
$(a-4)(a+2) = 0$
$a_1 = 4, a_2 = -2$
$4^x = 4$ $\qquad 4^x = -2$
$x = 1$ $\qquad K_2 = \emptyset$
$K_1 = \{1\}$

b) $9 \cdot 3^x + 3^{-x} = 10$
c) $\frac{1}{4} \cdot 2^x + \frac{1}{2} \cdot 4^x = 9$
d) $9^{x-\frac{1}{2}} + 9^{\frac{1}{2}-x} = \frac{10}{3}$
e) $3^x + \frac{9^x}{3} = 3^{x+1} + \frac{9^x}{9}$
f) $3^{x+1} + 2 \cdot 3^{-x} = 7$
g) $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$
h) $5^{2x-3} - 3 = 2 \cdot 5^{x-2}$
i) $2^{4x-3} + 2^{1-4x} = 1$
j) $3^{2x} + 9^{2-x} = 82$
k) $5^x \cdot 4^{1-x} - 4^x \cdot 5^{1-x} = 3{,}05$

4. Logaritmování

a) $2^x = 100$
$\log 2^x = \log 100$ $\qquad \vee \qquad$ $\log_2 2^x = \log_2 100$
$x \cdot \log 2 = 2$ $\qquad$ $x \cdot \log_2 2 = \log_2 100$
$x = \frac{2}{\log 2}$ $\qquad$ $x = \log_2 100$

b) $3^{5x} = 5^{3x}$
c) $5^{x+1} = 4$
d) $3^{x+1} + 3^x + 3^{x+2} = 5^{x-1} + 5^x + 5^{x+2}$
e) $4^x + 3^{x+4} = 4^{x+3} - 3^{x+2}$
f) $3 \cdot 3^x + 4 \cdot 3^{x+1} + 5 \cdot 3^{x+2} = 405 \cdot 2^{x-1}$
g) $2^{x-1} - 2^{x-2} = 5^{x-3} + 2^{x-3}$